

---

**TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI**  
Fakulta mechatroniky, informatiky a mezioborových studií

Studijní program: B3942 – Nanotechnologie

Studijní obor: Nanomateriály

**Stabilizace měření dvojlomu**

**Stabilization of birefringence measurement**

**Bakalářská práce**

Autor: **Filip Švec**

Vedoucí práce: doc. RNDr. Miroslav Šulc, Ph.D.

Konzultant: Ing. Štěpán Kunc

V Liberci 17. 5. 2013

## **Prohlášení**

Byl(a) jsem seznámen(a) s tím, že na mou bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé bakalářské práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li bakalářskou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Bakalářskou práci jsem vypracoval(a) samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím bakalářské práce a konzultantem.

Datum

Podpis

## **Poděkování**

Hlavní poděkování patří mé rodině, která mne vždy psychicky i finančně podporovala a tím mi umožnila bezproblémové studium.

Rád bych touto cestou poděkoval také mému vedoucímu práce doc. RNDr. Miroslavu Šulcovi, Ph.D., bez něhož by tato práce nemohla vzniknout.

V neposlední řadě bych rád vyjádřil vděčnost Ing. Štěpánu Kuncovi za odborné konzultace a výborné vedení po celou dobu této práce.

## **Abstrakt**

Práce se zabývá stabilizací elektro-optického modulátoru (EOM) regulací předpětí, které kompenzuje vliv nežádoucích jevů a tím, v průběhu měření, stabilizuje soustavu s EOM. K tomuto účelu bylo využito virtuální prostředí LabVIEW, ve kterém byl vytvořen program obsahující proporcionálně-integračně-derivační (PID) regulátor. Přenos dat mezi měřicími přístroji a počítačem byl zprostředkován rozhraním NI USB-6008 společnosti National Instruments. Stabilizace byla provedena, kromě minima a maxima daného rozsahu, na libovolné hodnoty výstupní intenzity, dále s využitím modulačního napětí, přivedeného na EOM, sledováním signálu první a druhé harmonické frekvence do minima či do lineární oblasti závislosti napětí na výstupní intenzitě. Na závěru práce byla ověřena použitelnost metody pro měření dvojlomu opticky anizotropního vzorku.

## **Klíčová slova**

Elektro-optický modulátor, dvojlom, PID regulátor, modulace, stabilizace, zpětná vazba, Jonesův maticový formalismus

## **Abstract**

This paper presents a way for stability improvement of an electro-optic modulator (EOM) by a bias voltage control. A program with a proportional-integral-derivative (PID) controller has been created. The stabilization of the output beam intensity with and without the modulation voltage is presented. Using modulation voltage gives an accurate method for stabilization to the minimum, maximum or to the linear location of the transfer function by analyzing the first and the second harmonic signals. The output intensity was used for stabilization of any value. Thanks to the created regulator it was possible to compensate the drift of the EOM completely. Also the capability for the birefringence measurement was checked and confirmed.

## **Key words**

Electro-optic modulator, birefringence, PID controller, modulation, stabilization, feedback loop, Jones matrix formalism

# Obsah

<b>Použité symboly a zkratky .....</b>	<b>- 8 -</b>
<b>Seznam obrázků a grafů .....</b>	<b>- 11 -</b>
<b>1 Úvod .....</b>	<b>- 12 -</b>
<b>2 Cíle bakalářské práce .....</b>	<b>- 13 -</b>
<b>3 Polarizace elektromagnetického vlnění .....</b>	<b>- 14 -</b>
3.1 Eliptická polarizace vlnění.....	- 15 -
3.1.1 Lineární polarizace vlnění .....	- 17 -
3.1.2 Kruhová polarizace vlnění .....	- 17 -
<b>4 Maticový popis.....</b>	<b>- 18 -</b>
4.1 Vektorová reprezentace polarizovaného světla.....	- 18 -
4.2 Maticová reprezentace optických prvků .....	- 19 -
4.2.1 Maticový popis kompenzátoru .....	- 19 -
4.2.2 Maticový popis polarizátoru .....	- 19 -
4.2.3 Polarizační rotátor .....	- 19 -
4.2.4 Matice rotace souřadnic .....	- 20 -
<b>5 Šíření elektromagnetického vlnění v anizotropním prostředí .....</b>	<b>- 21 -</b>
5.1 Vlastnosti tenzoru permitivity .....	- 21 -
5.2 Tenzor elektrické impermitivity .....	- 22 -
5.3 Dvojlom, řádný a mimořádný paprsek .....	- 22 -
5.4 Optická indikatrix .....	- 23 -
<b>6 Elektro-optický modulátor.....</b>	<b>- 25 -</b>
6.1 Pockelsův jev.....	- 25 -
6.2 Konstrukce elektro-optického modulátoru .....	- 26 -
6.2.1 Půlvlnové napětí.....	- 28 -
6.3 Modulace světla.....	- 28 -
6.3.1 Fázová modulace.....	- 29 -

6.3.2	<i>Polarizační modulace</i> .....	- 30 -
6.3.3	<i>Amplitudová modulace</i> .....	- 32 -
<b>7</b>	<b>Stabilita elektro-optického modulátoru</b> .....	<b>- 35 -</b>
7.1	Faktory ovlivňující stabilitu EOM.....	- 35 -
7.2	Nelineární chování při amplitudové modulaci v lineární oblasti .....	- 35 -
7.3	Možnosti stabilizace EOM.....	- 36 -
7.3.1	<i>Zpětná vazba – PID regulátor</i> .....	- 36 -
<b>8</b>	<b>Popis průběhu experimentu</b> .....	<b>- 38 -</b>
8.1	Stabilizace aparatury v zapojení amplitudové modulace.....	- 38 -
8.2	Měření a stabilizace s využitím modulačního signálu .....	- 39 -
8.3	Průchod světla optickou soustavou .....	- 40 -
<b>9</b>	<b>Stabilizace elektro-optického modulátoru</b> .....	<b>- 43 -</b>
9.1	Půlvalnové napětí EOM.....	- 43 -
9.2	Měření časového vývoje výstupní intenzity záření nestabilizované soustavy .....	- 44 -
9.3	Stabilizace EOM bez modulačního signálu .....	- 45 -
9.4	Stabilizace využívající modulační signál.....	- 49 -
9.4.1	Stabilizace na signál první a druhé harmonické frekvence .....	- 50 -
9.5	Měření na Soleil-Babinetově kompenzátoru.....	- 51 -
	<b>Závěr</b> .....	<b>- 56 -</b>
	<b>Seznam použité literatury</b> .....	<b>- 57 -</b>
	<b>Přílohy</b> .....	<b>- 59 -</b>
	Příloha 1: Aparatura v zapojení amplitudové modulace.....	- 59 -
	Příloha 2: Program PID regulace pro amplitudovou modulaci .....	- 60 -
	Příloha 3: Aparatura pro stabilizované měření na vzorku .....	- 61 -
	Příloha 4: Program pro stabilizované měření PID regulátorem .....	- 62 -

## Použité symboly a zkratky

$\alpha$	Úhel mezi osou x a rovinou polarizace záření
$\beta$	Úhel mezi osou x a osou polarizátoru
$\beta_1$	Úhel mezi osou x a osou vstupního polarizátoru
$\beta_2$	Úhel mezi osou x a osou vstupního polarizátoru
$\xi$	Úhel mezi osou x a rovinou polarizace záření po průchodu polarizačním rotátorem
$\vec{J}$	Jonesův vektor
$\vec{J}$	Jonesův vektor paprsku prošlého optickým prvkem
$\vec{J}^*$	Komplexně sdružený Jonesův vektor
$\vec{J}^T$	Transformovaný Jonesův vektor
T	Jonesova matice
V	Elektrické napětí
B	Magnetická indukce
AC	Střídavý signál
DC	Stejnsměrný signál
d	Velikost natočení na mikrometru SBC
$d_{kal}$	Kalibrační vzdálenost SBC
$V_{DC}$	Velikost přídavného stejnosměrného napětí
$\tilde{E}$	Komplexními vektor amplitudy elektrického pole
E	Okamžitá amplituda intenzity elektrického pole
$\vec{E}(z, t)$	Vektor intenzity elektrického pole v místě z a čase t
$E_{x,y}(t)$	Amplituda intenzity elektrického pole v čase t ve směru os x a y
$E_{x0,y0}$	Maximální amplituda intenzity elektrického pole ve směru os x a y
$\vec{e}_{x,y,z}$	Jednotkový vektor ve směru souřadných os x, y, z
$\epsilon(t)$	Časově závislá regulační odchylka
$\vec{s}$	Směrový vektor
Re	Reálná část komplexního čísla
$\vec{\epsilon}$	Tenzor permitivity
$\epsilon_{ij}$	Komponenta tenzoru permitivity
$\epsilon_i$	Komponenta symetrického tenzoru permitivity

$\vec{\eta}$	Tenzor elektrické impermitivity
$\eta_{ij}$	Komponenta tenzoru elektrické impermitivity
$\eta_i$	Komponenta symetrického tenzoru elektrické impermitivity
$\vec{\eta}$	Vychýlený tenzor elektrické impermitivity
$\eta'_{ij}$	Komponenta vychýleného tenzoru elektrické impermitivity
$\eta'_i$	Komponenta symetrického vychýleného tenzoru elektrické impermitivity
$\vec{\epsilon}^{-1}$	Inverzní tenzor k tenzoru permitivity $\vec{\epsilon}$
$\varphi$	Fáze vlny
$n$	Index lomu
$n_o$	Index lomu řádného paprsku
$n_e$	Index lomu mimořádného paprsku
$p_0$	Koeficient proporcionální části
$p_{-1}$	Koeficient integrační části
$p_1$	Koeficient derivační části
$r_{ij}$	Element lineárního elektro-optického tenzoru
EOM	Elektro-optický modulátor
L	Délka Pockelsovy cely
d	Tloušťka Pockelsovy cely
$V_\pi$	Půlvlnové napětí
$V_m$	Modulační napětí
$V_{BIAS}$	Předpětí přivedené na elektrody modulátoru
$V_{DC}$	Napětí fotodiody
$\omega$	Úhlová frekvence
$\omega_m$	Úhlová frekvence modulačního napětí
$\delta$	Fázový posun
$\delta_{SIG}$	Fáze měřeného signálu
$\delta_{REF}$	Fáze referenčního signálu
$\delta_{x,y}$	Velikost fáze v osách x, y
$\delta_o'$	Velikost přirozeného fázového posunu materiálem
$\Delta\delta$	Elektricky indukovaná změna fáze
$\Gamma$	Celkový fázový rozdíl
$\Gamma_0$	Fázový rozdíl vyvolaný DC napětím nebo fázovou destičkou
$\Gamma_i$	Uměle vytvořený fázový rozdíl



$\Gamma_m$	Hloubka amplitudové modulace
$\Gamma_{\text{EOM}}$	Fázový rozdíl na elektro-optickém modulátoru
$\Gamma_{\text{SBC}}$	Fázový rozdíl na Soleil-Babinetově kompenzátoru
$\tau$	Transformační úhel mezi osou $x$ a $x^T$
$\tau_1$	Natočení rychlé osy elektro-optického modulátoru vůči ose $x$
$\tau_2$	Natočení osy Soleil-Babinetova kompenzátoru vůči ose $x$
$\Pi$	Hloubka fázové modulace
$t$	Čas
$\lambda$	Vlnová délka světla
$\vec{k}$	Vlnový vektor
$k$	Vlnové číslo
$k_0$	Vlnové číslo ve vakuu
$\kappa(t)$	Akční veličina
$x, y, z$	Souřadné osy
$V_\pi$	Půlvlnové napětí
$V_{\frac{\pi}{2}}$	Čtvrtvlnové napětí
$x', y', z'$	Osy elektro-optického krystalu
$x^T, y^T$	Transformované souřadnice soustavy $x, y$
$I_0$	Počáteční intenzita záření
$I_t$	Intenzita prošlého záření
EOM	Elektro-optický modulátor
1F	Signál první harmonické frekvence
2F	Signál druhé harmonické frekvence
$J_0$	Besselova funkce nultého řádu
$J_1$	Besselova funkce prvního řádu
$J_2$	Besselova funkce druhého řádu
$V_{2F}$	Amplituda signálu druhé harmonické frekvence
$\chi$	Chyba měření
P	Polarizátor
FD	Fotodioda
A	Analyzátor
DAQ	Rozhraní pro sběr dat
SBC	Soleil-Babinetův kompenzátor

## Seznam obrázků a grafů

- Obr. 3.1 Polarizační stavy světla vzhledem k fázovému rozdílu mezi složkami  $E_x$  a  $E_y$
- Obr. 5.1 Dvojlom paprsku na rozhraní anizotropního prostředí
- Obr. 5.2 Určení polarizačních směrů a indexů lomu řádného a mimořádného paprsku z optické indikatrix
- Obr. 6.1 Podélná Pockelsova cela
- Obr. 6.2 Příčná Pockelsova cela
- Obr. 6.3 Fázová modulace světelné vlny modulačním napětím přivedeným na elektro-optický modulátor
- Obr. 6.4: Polarizační modulace světelné vlny modulačním napětím na elektrodách elektro-optického modulátoru
- Obr. 6.5 Amplitudová modulace využívající čtvrtinovou destičku, jejíž rychlá osa je rovnoběžná s rychlou osou modulátoru
- Obr. 6.6 Přenosová funkce intenzity při amplitudové modulaci
- Graf 9.1 Přenosová funkce aparatury v zapojení amplitudové modulace
- Graf 9.2 Časový vývoj výstupní intenzity bez stabilizovaného elektro-optického modulátoru
- Graf 9.3 Stabilizace na přednastavenou hodnotu intenzity
- Graf 9.4: Vývoj velikosti předpětí na EOM pro udržení definované hodnoty výstupní intenzity
- Graf 9.5 Vývoj výstupní intenzity se stabilizovaným a bez stabilizovaného elektro-optického modulátoru
- Graf 9.6 Stabilizace na různé hodnoty intenzit
- Graf 9.7 Stabilizace na nulovou hodnotu signálu první harmonické frekvence
- Graf 9.8 Stabilizace na nulovou hodnotu signálu druhé harmonické frekvence
- Graf 9.9 Závislost velikosti amplitudy signálu druhé harmonické frekvence na různých velikostech dvojlomu měřeného vzorku
- Graf 9.10 Závislost velikosti celkové výstupní intenzity měřené větve na různých velikostech dvojlomu měřeného vzorku

# 1 Úvod

Tato Bakalářská práce je rozdělena do dvou částí, ve kterých se věnuji problematice stabilizace měření dvojlomu optických prvků i měření samotnému, s využitím elektro-optického modulátoru v konfiguraci pro amplitudovou modulaci.

V úvodní části jsou uvedeny teoretické základy týkající se popisu světla, jeho šíření v anizotropním prostředí a interakce s optickými prvky. Mezi další uvedené informace patří konstrukce a způsoby použití elektro-optických modulátorů spolu s nežádoucími efekty při jejich využívání v zapojení pro amplitudovou modulaci. Tyto informace by měly čtenáře jak uvést do problematiky měření dvojlomu, tak i vytvořit představu o možných komplikacích, jež mohou v průběhu měření nastat.

V experimentální části bude detailněji představena měřicí aparatura a s využitím informací z teoretické části bude vysvětlen princip měření, popsán průchod paprsku optickou soustavou a budou uvedeny měřené parametry výstupního záření, na jejichž základě je popsáno chování dané soustavy a samotná stabilizace měření velikosti dvojlomu vzorku. Dále budou představeny programy, vytvořené ve virtuálním prostředí LabVIEW, které byly využívány pro získávání dat a mimo jiné i pro řízení a stabilizaci měření. V neposlední řadě budou uvedeny výsledky měření, využívající elektro-optický modulátor v konfiguraci amplitudové modulace, a jejich vyhodnocení. Závěrečná část poskytne přehled o úspěšnosti splnění zadaných cílů práce a možné využití získaných výsledků v praxi.

## **2 Cíle bakalářské práce**

Cílem Bakalářské práce bylo navrhnout a vytvořit stabilizaci optické soustavy, využívající elektro-optický modulátor v zapojení amplitudové modulace. Stabilizace měla být provedena nejdříve na libovolnou hodnotu výstupní intenzity záření, poté, s využitím modulačního signálu přivedeného na elektro-optický modulátor, do lineární oblasti přenosové funkce a nakonec do bodu jejího minima. Dalším úkolem práce bylo ověřit, jaký má vliv stabilizovaný modulátor na měření se vzorkem, kterým byl v našem případě Soleil-Babinetův kompenzátor, a změřit fázový rozdíl vzniklý změnou dvojlomu na kompenzátoru. Závěrečným úkolem práce je analýza vlivu nepřesností nastavení na citlivost metody a stanovení mezí citlivosti měřící aparatury.

### 3 Polarizace elektromagnetického vlnění

Světlo, jakožto část spektra elektromagnetického vlnění, je charakterizováno pravotočivou soustavou vlnového vektoru  $\vec{k}$ , vektoru elektrické intenzity  $\vec{E}$  a magnetické indukce  $\vec{B}$ . Ze skutečnosti, že světlo je příčné elektromagnetické vlnění a že se jedná o pravotočivou soustavu  $(\vec{k}, \vec{E}, \vec{B})$ , můžeme usoudit, že směry vektorů  $\vec{E}$  a  $\vec{B}$  se pohybují v rovině kolmé ke směru šíření vlny, tedy kolmo ke směru vlnového vektoru  $\vec{k}$ . Stav světelné vlny se dá rozdělit, vzhledem k chování vektoru intenzity elektrického pole  $\vec{E}$ , do tří kategorií. Světlo nepolarizované, ve kterém vektor  $\vec{E}$  kmitá do všech stran se stejnou pravděpodobností, dále pak světlo elipticky polarizované a nakonec částečně polarizované světlo, které je kombinací světla nepolarizovaného a lineárně polarizovaného. Stejně rozdělení se týká i vektoru magnetické indukce, ale jelikož se jedná o analogii k popisu vektoru  $\vec{E}$ , nebude mu věnována pozornost.

Pro popis polarizace světla nadále uvažujme systém, ve kterém se šíří monochromatická světelná vlna rychlostí  $c$  o úhlové frekvenci  $\omega$  ve směru šíření  $\vec{s} = (0, 0, e_z)$ , tedy v ose  $z$ . Vzhledem k platnosti principu superpozice a harmonickému charakteru světla můžeme využít komplexní reprezentaci při popisu rovinné vlny elektrického pole daného záření. Směr polarizace v každém místě  $z$  jako funkci času  $t$  vyjadřuje koncový bod vektoru

$$\vec{E}(z, t) = \text{Re} \left\{ \tilde{\vec{E}} \exp \left[ i\omega \left( t - \frac{z}{c} \right) \right] \right\} \quad 3.1$$

Po zavedení vlnového vektoru  $\vec{k} = k\vec{s} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{s}$ , vlnového čísla  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  a fáze vlny  $\varphi = \varphi(z, t) = \omega t - kz$ , můžeme rovnici (3.1) přepsat do tvaru

$$\vec{E}(z, t) = \text{Re} \left\{ \tilde{\vec{E}} \exp[i\varphi] \right\}. \quad 3.2$$

Zde

$$\tilde{\vec{E}}(z, t) = \widetilde{E_x}(z, t)\vec{e_x} + \widetilde{E_y}(z, t)\vec{e_y} \quad 3.3$$

je komplexními vektor amplitudy elektrického pole s komplexními amplitudami

$$\widetilde{E_x}(z, t) = E_{x0} \exp[i\delta_x] \quad 3.4$$

$$\widetilde{E_y}(z, t) = E_{y0} \exp[i\delta_y], \quad 3.5$$

jejichž směr udávají jednotkové vektory  $\vec{e}_x$  a  $\vec{e}_y$  a počáteční stav, tedy fázový posun  $\delta$ . Z rovnice (3.2) můžeme za pomoci (3.3), (3.4) a (3.5) získat výsledný vztah udávající časový vývoj vektoru intenzity elektrického pole

$$\vec{E}(z, t) = E_x(z, t)\vec{e}_x + E_y(z, t)\vec{e}_y \quad 3.6$$

s jednotlivými komponentami

$$E_x(z, t) = E_{x0} \cos(\varphi + \delta_x) \quad 3.7$$

$$E_y(z, t) = E_{y0} \cos(\varphi + \delta_y) \quad 3.8$$

$$E_z = 0. \quad 3.9$$

Zde jsme zavedli časově závislou amplitudu intenzity elektrického pole  $E_{x,y}(t)$  v osách x, y a maximální amplitudu intenzity elektrického pole  $E_{x0,y0}$  v osách x, y [6].

### 3.1 Eliptická polarizace vlnění

Z rovnic (3.7) a (3.8) je patrné, že časový vývoj obou komponent elektrického pole je popsán shodnou funkcí a výsledný vektor, který je dán vektorovým součtem  $E_x$  a  $E_y$  (viz 3.6), je dán jejich počátečními podmínkami, tedy vzájemným fázovým posunutím a velikostí jejich amplitud.

Pro obecný popis časového vývoje vektoru  $\vec{E}$  v rovině kolmé ke směru šíření je výhodné z rovnic (3.7) a (3.8) eliminovat členy obsahující počáteční fázi vlny  $\varphi$ . Po roznásobení rovnic (2.2) členem  $\sin \delta_y$  a (2.3)  $\sin \delta_x$  obě následně odečteme. Poté znovu rovnice (2.2) a (2.3) roznásobíme, avšak nyní členy  $\cos \delta_y$  a  $\cos \delta_x$ , a opět odečteme. Po úpravách dostaneme

$$\frac{E_x}{E_{x0}} \sin \delta_y - \frac{E_y}{E_{y0}} \sin \delta_x = \cos \varphi (\cos \delta_x \sin \delta_y - \cos \delta_y \sin \delta_x) \quad 3.10$$

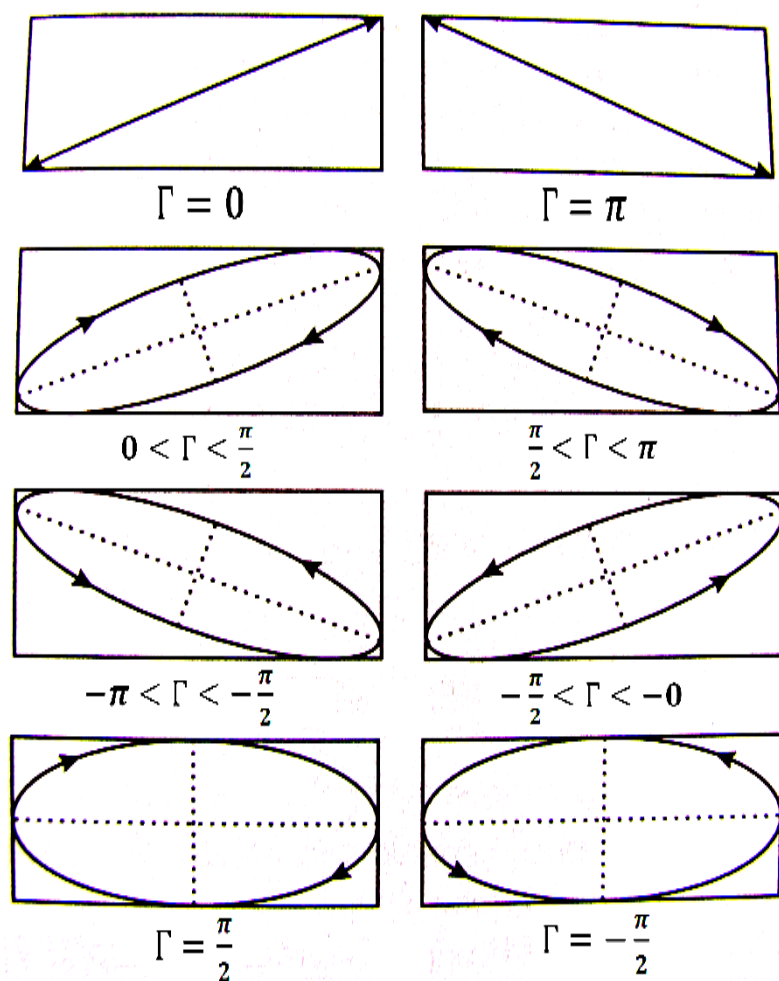
$$\frac{E_x}{E_{x0}} \cos \delta_y - \frac{E_y}{E_{y0}} \cos \delta_x = \sin \varphi (\cos \delta_x \sin \delta_y - \cos \delta_y \sin \delta_x) \quad 3.11$$

Členy v závorce na pravé straně jsou rovny  $\sin(\delta_y - \delta_x)$ . Po zavedení fázového rozdílu  $\Gamma = \delta_y - \delta_x$ , umocnění rovnic (3.10, 3.11) a jejich sečtení získáme vztah pro obecný popis časového vývoje koncového bodu vektoru  $\vec{E}$ .

$$\frac{E_x^2}{E_{x0}^2} + \frac{E_y^2}{E_{y0}^2} - 2 \frac{E_x}{E_{x0}} \frac{E_y}{E_{y0}} \cos \Gamma = \sin^2 \Gamma \quad 3.12$$

Tato rovnice je zároveň rovnicí elipsy. Můžeme tedy tvrdit, že koncový bod vektoru  $\vec{E}$  opisuje elipsu. Jednotlivé parametry, jako jsou fázový rozdíl mezi komponentami elektrického pole a jejich velikost, ovlivní tvar výsledné elipsy. Dále také rozlišujeme pravotočivou a levotočivou eliptickou polarizaci podle toho, zda se při pohledu proti směru šíření světelné vlny konec vektoru pohybuje ve směru pohybu hodinových ručiček, nebo naopak proti směru. Pro pravotočivou polarizaci musí platit pro fázový rozdíl  $\Gamma > 0$ , tedy platí, že komponenta elektrického pole v ose y předbíhá tu v ose x ( $\delta_y > \delta_x$ ). Pro levotočivou polarizaci můžeme analogicky napsat podmínku pro fázový rozdíl, tedy  $\Gamma < 0$ , z čehož vyplývá, že musí platit  $\delta_y < \delta_x$ .

Ve speciálních případech může dojít k lineární (kap. 3.1.1), resp. ke kruhové (3.1.2) polarizaci. Ukázky stavů polarizace jsou znázorněny na obr. 3.1 [7].



Obr. 3.1: Polarizační stavy světla vzhledem k fázovému rozdílu mezi složkami  $E_x$  a  $E_y$  [7]

### 3.1.1 Lineární polarizace vlnění

Jestliže fázový rozdíl mezi komponentami elektrického pole je roven  $\Gamma = m\pi$ , kde  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , tak  $\sin \Gamma = 0$ ,  $\cos \Gamma = (-1)^m$  a rovnice (3.12) přejde do tvaru

$$\frac{E_y}{E_x} = \frac{E_{y0}}{E_{x0}} (-1)^m, \quad 3.13$$

z čehož se dá usuzovat, že vektor  $\vec{E}$  kmitá pouze v jedné rovině, tzv. polarizační rovině. Jedná se tedy o lineárně polarizované světlo [7].

### 3.1.2 Kruhová polarizace vlnění

Dalším speciálním případem eliptické polarizace je polarizace kruhová. V tomto případě, jak již vyplývá z názvu, konec vektoru elektrického pole obíhá po kružnici. Tento stav může nastat pouze v případě, kdy si jsou velikosti hlavních poloos elipsy rovny, tedy musí platit  $E_{x0} = E_{y0}$  a zároveň velikost fázového rozdílu musí být rovna  $\Gamma = m\frac{\pi}{2}$ , kde  $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$  [7].



## 4 Maticový popis

Tuto maticovou reprezentaci polarizovaného světla a jeho průchodu optickými prvky zavedl roku 1941 R. C. Jones. V následujícím textu využijeme komplexní reprezentaci, která je popsána ve 2. Kapitole, a budeme předpokládat směr šíření paprsku ve směru osy  $z$ .

### 4.1 Vektorová reprezentace polarizovaného světla

Rovnici (3.3), popisující komplexní amplitudu intenzity elektrického pole rovinné monochromatické vlny, šířící se ve směru osy  $z$ , můžeme pomocí tzv. Jonesova vektoru přepsat do tvaru

$$\tilde{\vec{E}} \rightarrow \begin{pmatrix} E_{x0} \\ E_{y0} \exp[i(\delta_y - \delta_x)] \end{pmatrix} \exp[i(\delta_x)]. \quad 4.1$$

Vzhledem k tomu, že při studiu polarizace nás zajímá kromě jednotlivých amplitud pole pouze fázový rozdíl  $\Gamma = \delta_y - \delta_x$  složek  $E_x$  a  $E_y$ , můžeme poslední člen vynechat a Jonesův komplexní vektor přepsat do tvaru

$$\vec{J} = \begin{pmatrix} E_{x0} \\ E_{y0} \exp[i(\delta_y - \delta_x)] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \\ B - iC \end{pmatrix}, \quad 4.2$$

kde  $A = E_{x0}$ ,  $B = E_{y0} \cos \Gamma$ ,  $C = E_{y0} \sin \Gamma$ . Důležitý faktor při popisu je poměr velikostí  $x$ -ové a  $y$ -ové komponenty. Zavádí se tedy normování Jonesova vektoru faktorem  $\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$ , nebo zvolením velikosti parametru  $A = 1$ . Normovaný Jonesův vektor obecné eliptické polarizace paprsku proto přejde do tvaru

$$\vec{J} = \frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \begin{pmatrix} A \\ B - iC \end{pmatrix}. \quad 4.3$$

Pro lineárně polarizované světlo, s polarizační rovinou natočenou vůči ose  $x$  o úhel  $\alpha$ , můžeme přepsat rovnici (4.3) a psát

$$\vec{J} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}. \quad 4.4$$

Jonesovy matice odpovídající různým polarizačním stavům tedy získáme dosazením velikosti amplitud a fázového rozdílu do vztahu (4.3), nebo v případě lineárně polarizovaného paprsku dosazením úhlu  $\alpha$  do (4.4) [7].

## 4.2 Maticová reprezentace optických prvků

Uvažujme nyní rovinnou vlnu s libovolnou polarizací procházející materiálem s opticky anizotropními vlastnostmi měnící polarizační stav procházejícího světla. Tyto optické prvky můžeme popsat Jonesovými maticemi [11]

$$T = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}. \quad 4.5$$

Výsledný polarizační stav prošlého záření charakterizuje Jonesův vektor  $\vec{J}$ , jehož velikost je dána součinem Jonesovy matice optického prvku a polarizačního Jonesova vektoru vstupního záření [6].

$$\vec{J} = T\vec{j}. \quad 4.6$$

### 4.2.1 Maticový popis kompenzátoru

Jonesova matice pro fázový kompenzátor (prvek, v němž se oba paprsky šíří s různou fázovou rychlostí) je

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp[i(\delta_y - \delta_x)] \end{pmatrix}. \quad 4.7$$

Obecným příkladem kompenzátoru jsou čtvrtvlnová destička, pro kterou  $\Gamma = \delta_y - \delta_x = \frac{\pi}{2}$ , a půlvlnová destička s fázovým rozdílem  $\Gamma = \pi$  [7].

### 4.2.2 Maticový popis polarizátoru

Polarizátor je optický prvek propouštějící pouze světlo o daném směru polarizační roviny. Velikost intenzity elektrického pole záření prošlého polarizátorem, kde natočení propustné roviny polarizátoru vůči ose x vyjadřuje úhel  $\beta$ , bude

$$E_\beta = E_x \cos \beta + E_y \sin \beta. \quad 4.8$$

Jonesova matice polarizátoru tedy je

$$T = \begin{pmatrix} \cos^2 \beta & \sin \beta \cos \beta \\ \sin \beta \cos \beta & \sin^2 \beta \end{pmatrix}. \quad 4.9$$

### 4.2.3 Polarizační rotátor

Jedná se o zařízení, které lineárně polarizované světlo, natočené o úhel  $\alpha$  vůči ose x, otočí o úhel  $\delta$ . Výsledné natočení polarizační roviny vůči ose x je tedy  $\xi = \alpha + \delta$  a Jonesova matice popisující tento prvek má tvar

$$T = \begin{pmatrix} \cos \delta & \sin \delta \\ -\sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix}. \quad 4.10$$

Jednotlivé tvary Jonesových matic pro libovolné optické prvky se získají řešením rovnice (4.6). Pokud máme optickou soustavu o více optických prvcích, můžeme výsledný polarizační stav zjistit postupným násobením matic odpovídajících jednotlivým prvkům optické soustavy [7].

#### 4.2.4 Matice rotace souřadnic

Jonesův maticový popis, jak je vidět na tvarech jednotlivých matic, závisí na volbě soustavy souřadnic. Pro převod Jonesových vektorů a matic, ze soustavy souřadnic  $x, y$  do  $x^T, y^T$ , využijeme matici rotace  $R$ , závislou na natočení osy  $x^T$  vůči  $x$  o transformační úhel  $\tau$ .

$$R(\tau) = \begin{pmatrix} \cos \tau & \sin \tau \\ -\sin \tau & \cos \tau \end{pmatrix} \quad 4.11$$

Pro převod Jonesova vektoru z původní soustavy souřadnic do transformované platí, že

$$\vec{j}^T = R(\tau)\vec{j}. \quad 4.12$$

Stejnou úpravu můžeme provést pro transformaci Jonesovy matice optického prvku či soustavy podle vztahu

$$T^T = R(\tau)TR(-\tau). \quad 4.13$$

Zpětnou transformaci do původních souřadnic provedeme následovně.

$$T = R(-\tau)T^T R(\tau) \quad 4.14$$

## 5 Šíření elektromagnetického vlnění v anizotropním prostředí

Izotropní materiál je takový materiál, jehož symetrie zajišťuje stejné vlastnosti v libovolném směru. Opakem toho je anizotropní materiál, který není středově symetrický a jeho vlastnosti na směru závisí. Například pro světelnou vlnu šířící se v anizotropním prostředí bude index lomu, tedy míra interakce mezi elektrony v elektronových vazbách uvnitř struktury materiálu a světelnou vlnou, záviset nejen na směru šíření vlny, ale také na natočení roviny polarizace vůči struktuře materiálu. Díky tomu může v takovém materiálu dojít ke dvojlomu, tzn. rozdělení paprsků s různými směry polarizace. Tyto paprsky se nazývají řádný a mimořádný a jejich vlastnosti budou blíže přiblíženy v kapitole 5.3 [7].

### 5.1 Vlastnosti tenzoru permitivity

Tenzor permitivity vyjadřuje závislost mezi složkami elektrické indukce  $\vec{D}$  jako lineární kombinaci tří složek elektrického pole

$$D_i = \sum_j \varepsilon_{ij} E_j \quad 5.1$$

Zde  $i, j = 1, 2, 3$  reprezentuje osy x, y a z. Vlastnosti lineárního (vlastnosti prostředí nezávisí na intenzitě záření) anizotropního dielektrického prostředí jsou tedy charakterizovány maticí o devíti koeficientech, neboli tenzorem permitivity  $\vec{\varepsilon}$  [6]. Z platnosti Poyntigovy věty a s využitím materiálových vztahů a Maxwellových rovnic plyne rovnost  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$ , tedy skutečnost, že tenzor permitivity  $\vec{\varepsilon}$  je symetrický a má tudíž 6 nezávislých složek [7].

Ve speciálním případě, kdy nalezneme takovou soustavu souřadnic, pro kterou tenzor permitivity bude pouze diagonální, tedy všechny nediagonální prvky budou nulové, platí

$$D_1 = \varepsilon_1 E_1, \quad 5.2a$$

$$D_2 = \varepsilon_2 E_2, \quad 5.2b$$

$$D_3 = \varepsilon_3 E_3. \quad 5.2c$$

kde  $\varepsilon_1 = \varepsilon_{11}, \varepsilon_2 = \varepsilon_{22}, \varepsilon_3 = \varepsilon_{33}$ . V takovém případě jsou  $\vec{E}$  a  $\vec{D}$  rovnoběžné. Tato podmínka pro volbu soustavy souřadnic určuje směr hlavních os a hlavních rovin krystalu. Velikosti indexů lomu v těchto osách jsou

$$n_1 = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}} \quad 5.3a$$

$$n_2 = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0}} \quad 5.3b$$

$$n_3 = \sqrt{\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_0}} \quad 5.3c$$

Při dalším popisu se bude předpokládat, že osy soustavy x, y, z (popř. 1, 2, 3) jsou totožné s hlavními osami anizotropního krystalu [6].

## 5.2 Tenzor elektrické impermitivity

Vztah mezi  $\vec{E}$  a  $\vec{D}$  se může zapsat také v inverzním tvaru

$$\vec{E} = \vec{\varepsilon}^{-1} \vec{D} \quad 5.4$$

kde  $\vec{\varepsilon}^{-1}$  je inverzní tenzor k tenzoru permitivity. Pro popis optických vlastností anizotropního materiálu je tedy užitečné také definovat tenzor elektrické impermitivity

$$\vec{\eta} = \varepsilon_0 \vec{\varepsilon}^{-1} \quad 5.5$$

S využitím (5.5) můžeme vztah (5.4) přepsat do tvaru

$$\varepsilon_0 \vec{E} = \vec{\eta} \vec{D} \quad 5.6$$

Jelikož je tenzor permitivity symetrický, tenzor elektrické impermitivity bude také symetrický. Oba tyto tenzory mají identické hlavní osy a v případě, kdy je tenzor permitivity  $\vec{\varepsilon}$  diagonální, tenzor  $\vec{\eta}$  bude diagonální také s hodnotami

$$\eta_i = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_i} = \frac{1}{n_i^2} \quad 5.7$$

pro  $i = 1, 2, 3 = x, y, z$  [6]

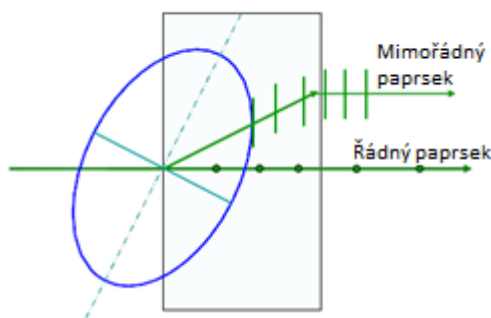
## 5.3 Dvojlom, řádný a mimořádný paprsek

Jak již bylo zmíněno v úvodu kapitoly, při dopadu paprsku na rozhraní anizotropního prostředí dojde ke dvojlomu. To jinými slovy znamená, že se původní paprsek rozdělení na dva se vzájemně kolmými směry polarizace s obecně různými směry a rychlostmi

šíření, tedy indexy lomu, závisících na vlastnosti materiálu. Tyto paprsky se nazývají řádný (ordinary), s indexem lomu  $n_o$  nezávislejícím na směru šíření, a mimořádný (extraordinary) paprsek, jehož index lomu  $n_e$  závisí na úhlu mezi směrem šíření a osou krystalu [9].

Řádný paprsek, se na rozdíl od paprsku mimořádného, šíří anizotropním materiálem ve směru daném zákonem lomu, přičemž směr jeho polarizace je kolmý ke směru šíření a k rovině dané optickou osou (tzv. rovina hlavního řezu). Zároveň platí, že vektory  $\vec{E}$  a  $\vec{D}$  jsou rovnoběžné.

Směr šíření mimořádného paprsku krystalem ovšem není definován zákonem lomu, ale závisí na natočení optické indikatrix, jelikož jeho směr musí být takový, aby kmitání vektoru  $\vec{E}$  bylo rovnoběžné s normálovou plochou. Směr polarizace mimořádného paprsku je kolmý ke směru polarizace paprsku řádného. Je tedy polarizován v rovině hlavního řezu a na rozdíl od paprsku řádného se v obecném případě směr  $\vec{E}$  a  $\vec{D}$  neshoduje [7].



Obr. 5.1: Dvojlom paprsku na rozhraní anizotropního prostředí [9]

Jednotlivé směry polarizací a jim příslušejících indexů lomu jsou patrné na obr. 5.2.

## 5.4 Optická indikatrix

Pro zjištění indexů lomu a polarizačních směrů byla zavedena metoda využívající grafickou reprezentaci tenzoru druhého řádu jako kvadratickou plochu (elipsoid) definovanou vztahem

$$\sum_{i,j=1}^3 x_i x_j \eta_{ij} = 1, \quad 5.8$$

zde pro případ tenzoru elektrické impermitivity  $\vec{\eta}$  [6]. V hlavní soustavě souřadnic rovnice elipsoidu (5.8) přejde po zavedení souřadnic

$$X = \frac{D_x}{\sqrt{2\varepsilon_0 w_e}} \quad 5.9a$$

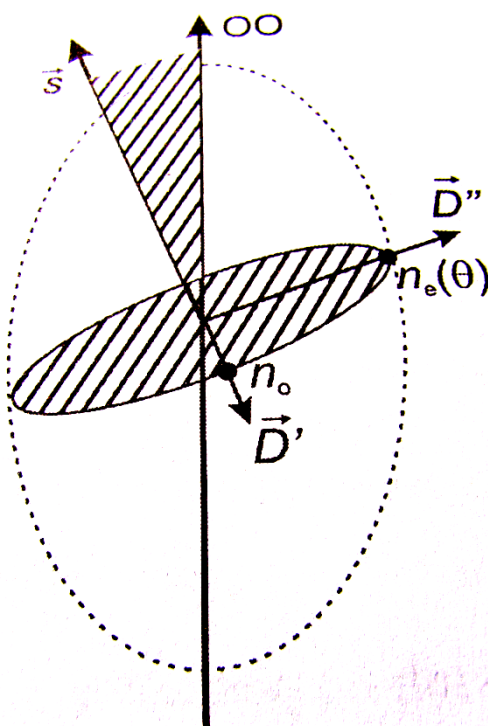
$$Y = \frac{D_y}{\sqrt{2\varepsilon_0 w_e}} \quad 5.9b$$

$$Z = \frac{D_z}{\sqrt{2\varepsilon_0 w_e}} \quad 5.9c$$

s využitím (5.7) znalosti velikosti hustoty energie elektrického pole  $w_e = \frac{1}{2} \sum_{ij} \varepsilon_{ij} E_i E_j$ , do tvaru

$$\frac{X^2}{n_x^2} + \frac{Y^2}{n_y^2} + \frac{Z^2}{n_z^2} = 1 \quad 5.10$$

Pro získání indexů lomu a polarizačních směrů sestrojíme rovinu kolmou ke směru šíření vlny. Řez elipsoidu je v obecném případě elipsa. Velikost a směr jejich poloos udává velikost indexu lomu odpovídající polarizačním směrům vektoru  $\vec{D}$  [7].



Obr. 5.2: Určení polarizačních směrů a indexů lomu řádného a mimořádného paprsku z optické indikatrix [7]

## 6 Elektro-optický modulátor

Elektro-optický modulátor (EOM) je zařízení, složené z jedné či více tzv. Pockelsových cel, které se používá v různých zapojeních k řízení amplitudy, směru polarizace, frekvence, fáze či směru jím procházejícího lineárně polarizovaného záření. Toho se dosahuje využitím Pockelsova neboli lineárního elektro-optického jevu právě v Pockelsových celách, kde působením elektrického pole na vhodný krystal můžeme měnit parametry světla, které jím prochází [1].

### 6.1 Pockelsův jev

Jedná se o úkaz, který byl poprvé popsán roku 1893 německým fyzikem Friedrichem Pockelsem [3].

Pockelsův neboli lineární elektro-optický efekt se projevuje u středově nesymetrických krystalů, nebo u krystalů s makroskopicky uspořádanými bipolárními molekulami, kde vlivem působení vnějšího elektrického pole dojde k přeskupení vázaných nábojů [1]. Tato změna zároveň způsobí malou deformaci krystalové struktury, což se projeví jako změna indexu lomu přímo úměrná síle elektrického pole působícího na daný krystal. Působením elektrického pole na anizotropní materiál s tenzorem elektrické impermitivity  $\vec{\eta}$  (kap. 5.2) dojde vlivem elektro-optického efektu k odchylce jednotlivých komponent tenzoru impermitivity od původního členu o

$$\Delta\eta_i = \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_i = \sum_j r_{ij} \cdot E_j \quad 6.1$$

Zde  $E_x, E_y, E_z$  jsou komponenty působícího elektrického pole v jednotlivých osách a  $r_{ij}$  je element lineárního elektro-optického tenzoru, jehož velikost závisí na symetrii krystalu a orientaci souřadných os vzhledem k osám krystalu.

Výsledná velikost jednotlivých členů

$$\eta'_i = \frac{1}{n_i^2} + r_{ij} E_j, \quad 6.2$$

$$kde \ i = 1, \dots, 6 \quad j = x, y, z = 1, 2, 3$$

je závislá na velikosti indexu lomu v osách bez přiloženého napětí, elektro-optickém koeficientu a směru působení elektrického pole.

Tenzor  $\vec{\eta}$  vlivem této výchylky již nebude diagonální a přejde do tvaru



$$\vec{\eta} = \begin{pmatrix} \eta_x + \Delta\eta_1 & \Delta\eta_6 & \Delta\eta_5 \\ \Delta\eta_6 & \eta_y + \Delta\eta_2 & \Delta\eta_4 \\ \Delta\eta_5 & \Delta\eta_4 & \eta_z + \Delta\eta_3 \end{pmatrix}. \quad 6.3$$

Při popisu byl zaveden vychýlený tenzor elektrické impermitivity  $\vec{\eta}$  spolu s jeho jednotlivými komponentami  $\eta'_i$ . Jelikož jednotlivé výchylky od původních hodnot jsou symetrické, symetrie tenzoru zůstává také zachovávána a geometrickým znázorněním tohoto tenzoru je vychýlená optická indikatrix. Její tvar můžeme v Kartézském souřadném systému popsat rovnicí [1]

$$\eta'_1 x^2 + \eta'_2 y^2 + \eta'_3 z^2 + 2\eta'_4 yz + 2\eta'_5 xz + 2\eta'_6 xy = 1. \quad 6.4$$

Z tohoto vztahu je patrné, že fázový rozdíl mezi složkami elektrického pole řádného a mimořádného paprsku procházejícího elektro-optickým krystalem je dán velikostí napětí působícího na tento krystal a elektro-optickým koeficientem. Změnou velikosti napětí takto můžeme docílit vzájemného posunu fází od  $0^\circ$  a výše, dokud nedojde vlivem vysokého napětí k poškození samotného krystalu [3].

Lineárním elektro-optický efekt dovoluje modulovat daleko vyšší frekvence, než metody využívající jiné efekty, jako je akusticko-optická metoda a jiné [1].

## 6.2 Konstrukce elektro-optického modulátoru

EOM mohou být rozděleny do dvou kategorií podle využitého typu Pockelsových cel na *podélné* a *příčné* v závislosti na způsobu působení elektrického napětí na krystal vzhledem ke směru šíření světelného paprsku. Pockelsova cela je EOM, který je konstruován z opticky anizotropního transparentního krystalu, ve kterém se díky modulačnímu napětí  $V_m$ , přivedenému na elektrody, vytváří elektrické pole. Například pro sinusový průběh modulačního napětí v čase, definovaný vztahem

$$V(t) = V_m \sin(\omega_m t), \quad 6.5$$

dojde k vytvoření příslušného elektrického pole s intenzitou

$$E(t) = E_m \sin(\omega_m t) \quad 6.6$$

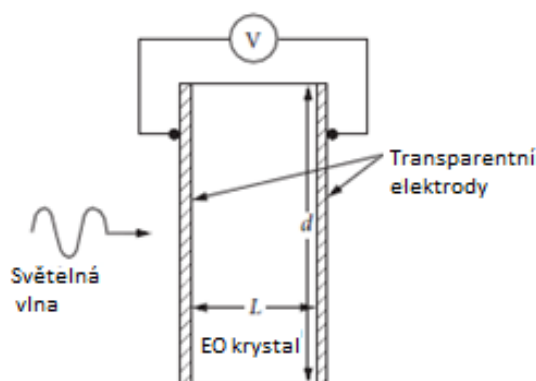
o úhlové frekvenci dané frekvencí modulačního napětí  $\omega_m$ . Fázový posun v krystalu tedy můžeme modulovat přiložením elektrického napětí na krystal pomocí Pockelsova jevu (viz kap. 6.1).

1. *Podélná Pockelsova cela* využívá elektrické pole působící ve směru šíření paprsku krystalem. Elektrody musejí být tedy transparentní, nebo mít ve svém středu otvor

pro umožnění průchodu paprsku. Intenzita elektrického pole uvnitř krystalu je dána vztahem

$$E = \frac{V}{L}, \quad 6.7$$

kde  $V$  udává velikost přiloženého napětí na elektrodách a  $L$  vzdálenost elektrod. Velikost indukovaného fázového posunu je přímo úměrná napětí na elektrodách a vlnové délce  $\lambda$  procházejícího záření.

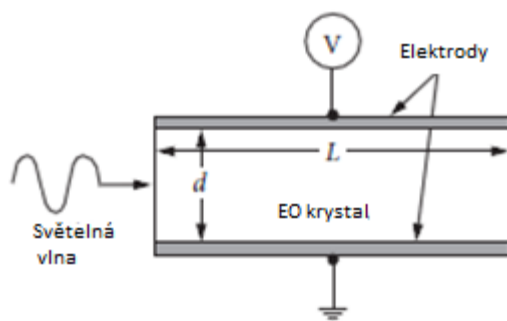


Obr. 6.1: Podélná pockelsova cela [1]

2. *Příčná Pockelsova cela* přivádí napětí na elektrody umístěné kolmo ke směru šíření paprsku v krystalu a nebrání tedy paprskům v šíření. Velikost intenzity elektrického pole je tomto případě definována jako

$$E = \frac{V}{d}. \quad 6.8$$

Máme zde možnost pro dané napětí zvýšit elektrické pole v krystalu snížením vzdálenosti elektrod, tedy zvýšením poměru stran  $\frac{L}{d}$ . Tato konstrukční možnost u podélných Pockelsových cel není, jelikož se v tomto případě  $d = L$ , tedy poměr stran  $\frac{L}{d} = \frac{L}{L} = 1$ . Indukovaný fázový posun pro příčnou Pockelsovu celu je nepřímo úměrný velikosti poměru stran  $\frac{L}{d}$ , díky čemuž lze docílit požadované modulace při velmi nízkém napětí. Velikost tloušťky krystalu  $d$  je ovšem limitována elektrickou kapacitou [1].



Obr. 6.2: Příčná pockelsova cela [1]

### 6.2.1 Půlplnové napětí

Jedná se o důležitý parametr Pockelsových cel, značený jako  $V_\pi$ . Je to napětí potřebné k vyvolání změny fáze právě o  $\pi$ .

Parametry ovlivňující velikost půlplnového napětí Pockelsových cel se liší vzhledem k jejich konstrukčnímu provedení následovně:

- Příčná Pockelsova cela – při této častěji využívané konstrukci má na velikost  $V_\pi$  vliv materiál krystalu, vzdálenost elektrod a délka krystalu, kde působí dané elektrické pole.
- Podélná Pockelsova cela – velikost  $V_\pi$  závisí na typu, ale nezávisí na délce krystalu, jelikož např. se snižující se délkou krystalu naopak vzrůstá pro dané napětí velikost působícího elektrického pole.

Typické půlplnové napětí Pockelsových cel jde od stovek do tisíců voltů, díky čemuž je potřeba využít buď vysokonapěťový zesilovač, nebo krystal, jehož materiál má vysoké elektro-optické koeficienty, spolu s malou vzdáleností elektrod, což vede k relativně nízkému  $V_\pi$  [4].

## 6.3 Modulace světla

Využití EOM v praxi je dáno jeho možnostmi ovlivňování jednotlivých parametrů procházejícího světla. Těmi jsou amplituda, frekvence, polarizace a fáze. Princip jednotlivých způsobů modulace využívaných k řízení výše uvedených parametrů světla je popsán v následujících podkapitolách.

Pro popis principu modulace budeme potřebovat následující vztahy:

$$k = nk_0 = n \frac{2\pi}{\lambda}, \quad 6.9$$

$$\delta_{x,y} = n_{x,y} k_0 L, \quad 6.10$$

$$\Gamma = \delta_x - \delta_y = (n_x - n_y) k_0 L. \quad 6.11$$

Zde  $k$  udává vlnové číslo záření,  $s$  vlnovou délkou  $\lambda$ , šířící se daným materiálem,  $k_0$  vlnové číslo záření ve vakuu,  $\delta_{x,y}$  fázový posun v x-ové popř. y-ové ose a  $\Gamma$  udává fázový rozdíl mezi světelnými vlnami v ose  $x$  a  $y$ .

V následujícím textu bude využito přiřazení proměnných  $x, y, z$  souřadným osám a  $x', y', z'$  osám elektro-optického krystalu.

### 6.3.1 Fázová modulace

Jedná se o zapojení využívající polarizátor a EOM. Polarizovaný paprsek prochází Pockelsovými celami, kde vlivem působení elektrického pole na krystal dochází ke změně fáze procházejícího laserového paprsku. Polarizační rovina procházejícího záření se natáčí tak, aby byl její směr shodný s optickou osou krystalu (obr. 6.3) pro zajištění konstantního směru polarizační roviny prošlého záření [1].

Intenzita elektrického pole na konci krystalu ( $z=L$ ), pro zvolený směr polarizace záření ve směru osy  $x$ , je dána vztahem

$$E_{OUT}(t) = E_x \cos(\omega t - \delta), \quad 6.12$$

kde s využitím vztahu (6.10) můžeme fázový posun vyjádřit jako

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_{x'} + \Delta n_{x'}) L = \delta_{o'} + \Delta \delta_{x'}. \quad 6.13$$

Člen  $\delta$  zde udává celkový fázový posun vlnění, složený z přirozeného  $\delta_{o'} = \frac{2\pi}{\lambda} L n_{x'}$  a elektricky indukovaného členu  $\Delta \delta_{x'} = \frac{2\pi}{\lambda} L \Delta n_{x'}$ , kde  $n_{x'}$  vyjadřuje velikost indexu lomu v ose  $x'$  (v tomto případě  $x'=x$ ) bez přiloženého napětí a  $\Delta n_{x'}$  velikost změny indexu lomu po přivedení elektrického napětí na elektrody.

Jelikož se index lomu mění obvykle málo, využívá se pro popis aproximace

$$\Delta \left( \frac{1}{n^2} \right) \approx -2n^{-3} \Delta n. \quad 6.14$$

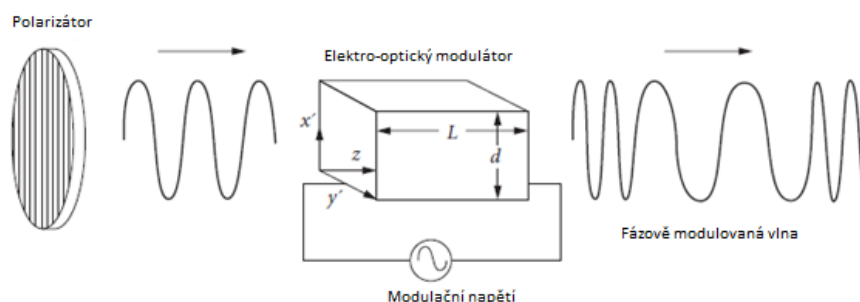
Využitím vztahu (6.14) a zavedením nové veličiny

$$\Pi = \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right) n_x^3 r E_m L = \pi \frac{V_m}{V_\pi} \quad 6.15$$

můžeme rovnici pro fázový posun (6.13) upravit do tvaru

$$\delta = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) n_{x'} L - \Pi \sin \omega_m t. \quad 6.16$$

Veličina  $\Pi$ , kterou jsme při daném odvození využili, se nazývá *hloubka fázové modulace*. Výstupní signál fázové modulace je složen ze signálů o úhlových frekvencích  $\omega$  a  $(\omega \pm N\omega_m)$ , kde  $N = \pm 1, \pm 2, \dots$ . V případě, že  $\Pi \ll 1$ , většinu energie výstupního záření je obsažena v nosné vlně s úhlovou frekvencí  $\omega$ . Zbylou část energie nesou vlny o úhlové frekvenci  $\omega \pm \omega_m$  [1].

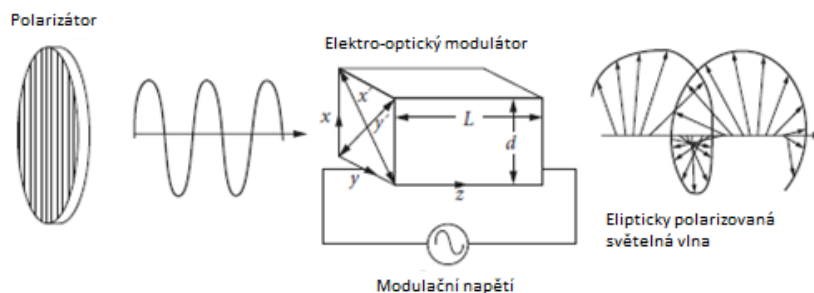


Obr. 6.3: Fázová modulace světelné vlny modulačním napětím přivedeným na elektro-optický modulátor [1]

### 6.3.2 Polarizační modulace

Metoda využívá interferenci dvou koherentních světelných vln se vzájemně kolmými rovinami polarizace, vedoucí ke změně výstupního polarizačního stavu vlny vůči vlně na vstupu. K vytvoření polarizační modulace je potřeba využití elektro-optického krystalu s polarizátorem na jeho vstupu.

Pro danou metodu budeme uvažovat systém, kdy soustava souřadnic  $x, y, z$  nebude shodná s osami elektro-optického krystalu  $x', y'$  a  $z'$  a směr roviny polarizace vlny bude shodný s osou  $x$ , jak je patrné z obr. 7 [1].



Obr. 6.4: Polarizační modulace světelné vlny modulačním napětím na elektrodách elektro-optického modulátoru [1]

Při popisu takového systému je vhodné, vlivem dvojlomu na krystalu, rozložit světelnou vlnu vstupující do EOM na součet dvou vln se vzájemně kolmými rovinami polarizace ve směrech x a y [7].

Pro světelnou vlnu šířící se ve směru osy z s rovinou polarizace shodnou s osou x, jak je vidět na obr. 6.4, dostaneme intenzitu elektrického pole na osách krystalu ve tvaru

$$E_{x'} = E_0 \cos \left[ \omega t - \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right) n_x L \right] \quad 6.17$$

$$E_{y'} = E_0 \cos \left[ \omega t - \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right) n_y L \right], \quad 6.18$$

kde rychlá a pomalá osa elektro-optického krystalu jsou  $x'$  a  $y'$ . Jim odpovídající indexy lomu

$$n_{x'} \approx n_x - \frac{1}{2} r_x n_x^3 E = n_x - \Delta n_x \quad 6.19$$

$$n_{y'} \approx n_y - \frac{1}{2} r_y n_y^3 E = n_y - \Delta n_y, \quad 6.20$$

kde  $n_x$  a  $n_y$  jsou indexy lomu v daných osách bez ovlivnění elektrickým polem,  $r_x$  a  $r_y$  jsou vhodné elektro-optické koeficienty pro daný materiál a směr orientace elektrického pole. Jak se oba paprsky šíří krystalem s různými rychlostmi (pro  $n_{x'} \neq n_{y'}$ ), vzniká mezi nimi fázový rozdíl  $\Gamma$ , jehož velikost je funkcí délky elektro-optického krystalu. Tedy

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{2\pi}{\lambda} (n_{x'} - n_{y'}) L = \frac{2\pi}{\lambda} (n_x - n_y) L - \frac{\pi}{\lambda} (r_x n_x^3 - r_y n_y^3) E L = \\ &= \Gamma_0 + \Gamma_i \end{aligned} \quad 6.21$$

$\Gamma_0$  zde udává velikost fázového rozdílu při absenci elektrického pole a  $\Gamma_i$  velikost indukovaného fázového rozdílu lineárně závislého na velikosti přiloženého napětí. Pro podélný EOM s využitím vztahu pro intenzitu elektrického pole (6.7) získáme velikost indukovaného fázového rozdílu  $\Gamma_i$  ve tvaru

$$\Gamma_i = \frac{\pi}{\lambda} (r_x n_x^3 - r_y n_y^3) V \quad 6.22$$

Z této rovnice je patrné, že  $\Gamma_i$  nezávisí na  $L$  a je přímo úměrné velikosti napětí. Pokud bychom uvažovali příčný EOM, za využití vztahu (6.8) můžeme přepsat vztah pro velikost indukovaného fázového rozdílu  $\Gamma_i$  do tvaru

$$\Gamma_i = \frac{\pi}{\lambda} (r_x n_x^3 - r_y n_y^3) V \frac{L}{d}. \quad 6.23$$

Parametr  $\Gamma_i$  je tedy v případě příčného EOM lineárně závislý na velikost napětí a na poměru délky krystalu a separaci elektrod dle vztahu  $\frac{L}{d}$ .

Výstupní stav obou vln tedy můžeme vyjádřit pomocí jejich fázového rozdílu  $\Gamma$ :

$$E_{x'} = \cos \omega t \quad 6.24$$

$$E_{y'} = \cos(\omega t - \Gamma). \quad 6.25$$

Jelikož interference obou paprsků za elektro-optickým krystalem určí na základě fázového rozdílu směr polarizace výstupního záření, ze vztahů (6.24 a 6.25) je patrné, že požadované změny směru polarizace docílíme přivedením vhodného elektrického napětí na elektrody.

### 6.3.3 Amplitudová modulace

Existuje několik zapojení pro amplitudovou modulaci (tedy řízení intenzity prošlého záření), avšak v následujícím popisu bude věnována pozornost pouze typu zapojení: vstupní polarizátor, EOM a výstupní polarizátor, kde natočení polarizátoru vstupního vůči výstupnímu je  $90^\circ$  a směr roviny polarizace záření vstupujícího do EOM svírá nenulový úhel s osami jeho krystalu, jak je patrné z obrázku 9.

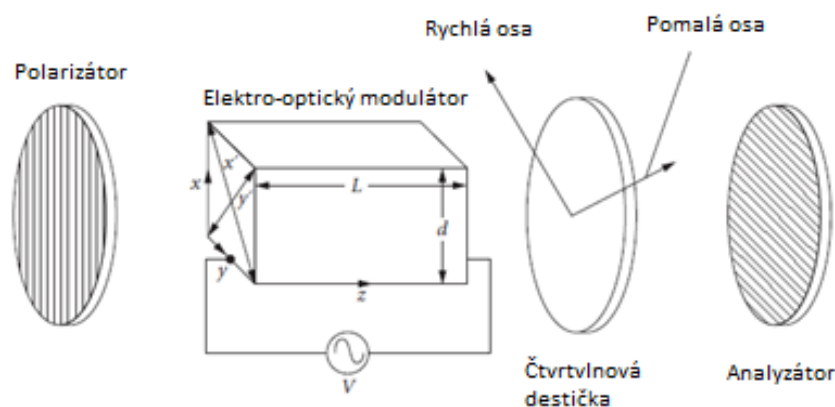
Přivedením napětí na elektrody tedy měníme směr polarizační roviny vlny (jak bylo ukázáno v minulé kapitole) vystupující z krystalu. Parametr, který budeme využívat v následujícím popisu amplitudové modulace, se nazývá transmise (přenos) signálu

$$T = \frac{I_t}{I_0} \quad 6.26$$

a udává velikost poměru intenzity prošlého záření ku maximální intenzitě záření. Velikost transmise v daném zapojení vyjadřuje vztah

$$T(V) = \sin^2\left(\frac{\Gamma}{2}\right) = \sin^2\left(\frac{\Gamma_0}{2} + \frac{\pi V}{2V_\pi}\right) \quad 6.27$$

Pro lineární modulaci, kde průběh výstupní intenzity záření je shodný s průběhem modulačního napětí, musí přibližně platit, že  $\Gamma = \frac{\pi}{2}$ . Toho lze docílit buď využitím čtvrtvlnové destičky (Obr. 9), jejíž rychlá osa musí být ve shodném směru s rychlou osou EOM, nebo přivedením čtvrtvlnového napětí  $V_{\frac{\pi}{2}}$  na elektrody Pockelsových cel.



Obr. 6.5: Amplitudová modulace využívající čtvrtinovou destičku, jejíž rychlá osa je rovnoběžná s rychlou osou modulátoru [1]

Velikost fázového rozdílu lze v tomto případě vyjádřit jako

$$\Gamma = \Gamma_0 + \Gamma_i = \frac{\pi}{2} + \Gamma_m \sin(\omega_m t) \quad 6.28$$

Zde  $\Gamma_m = \frac{V_m}{V_\pi} \pi$  udává tzv. hloubku amplitudové modulace a  $V_\pi$  půlvlnové napětí.

Transmise, po dosazení vztahu (6.28) do (6.27), přejde do tvaru

$$T(V) = \sin^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\Gamma_m}{2} \sin \omega_m t \right) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \cos \left( \frac{\pi}{2} + \Gamma_m \sin \omega_m t \right) \right] \quad 6.29$$

Pokud je modulační napětí malé ( $V_m \ll 1$ ), modulační hloubka je tedy také malá ( $\Gamma_m \ll 1$ ), pak vztah pro transmissi můžeme zjednodušit do tvaru

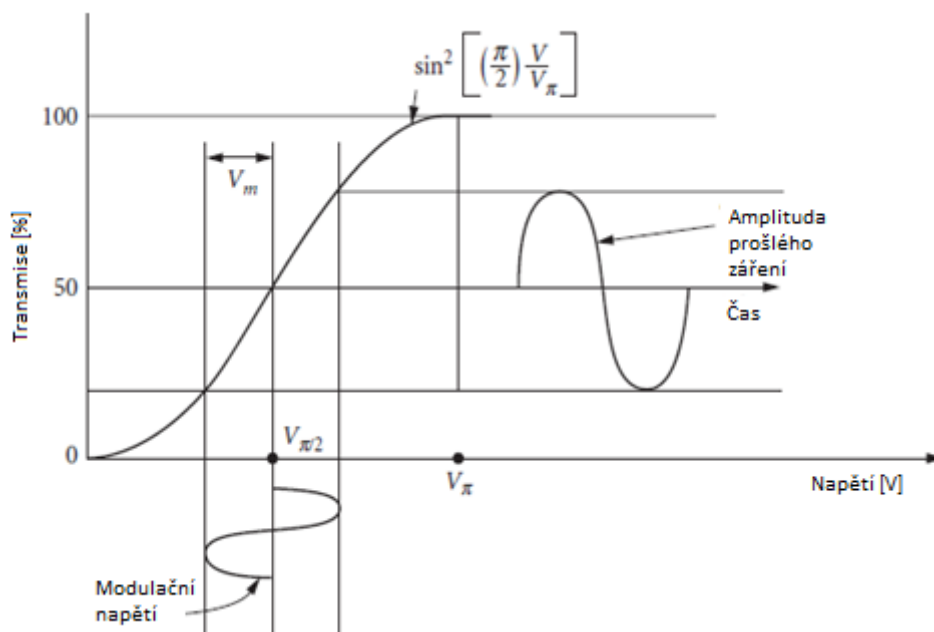
$$T(V) = \frac{1}{2} [1 + \Gamma_m \sin \omega_m t] \quad 6.30$$

Z této rovnice vyplývá vztah pro intenzitu prošlého záření

$$I_t(V) = \frac{I_0}{2} [1 + \Gamma_m \sin \omega_m t] \quad 6.31$$

která je opět funkcí velikosti přiloženého napětí. Závislost intenzity prošlého záření na velikosti a průběhu (zde sinusovém) modulačního napětí vyjadřuje přenosová funkce amplitudové modulace [1].





Obr. 6.6: Přenosová funkce intenzity při amplitudové modulaci [1]

V případě, že se nacházíme v lineární části přenosové funkce, nehledě na hloubku amplitudové modulace, veškerá energie výstupního záření je nesena signály s lichými harmonickými frekvencemi. Jinými slovy, energie nesená jak signály se sudými harmonickými frekvencemi, tak signálem nulté harmonické frekvence, je nulová. Opačná situace nastává v případě, kdy budeme v minimu či maximu. V tomto stavu je energie nesena stejnosměrným signálem a signály sudých harmonických frekvencí. To tedy znamená, že energie v signálech lichých harmonických frekvencí je nulová.

Tato skutečnost bude zmíněna a využívána v experimentální části práce. Budeme ovšem uvažovat pouze signály nulté harmonické frekvence, tedy DC signál. Dále také signál první a druhé harmonické frekvence. Signály vyšších harmonických frekvencí budou, vzhledem k nízkým energiím, zanedbány.

## 7 Stabilita elektro-optického modulátoru

Elektro-optický modulátor je složen z jedné či více Pockelsových cel, kde vlivem rozmístění náboje a uspořádáním molekul ve struktuře daného krystalu, které můžeme ovlivnit např. vnějším elektromagnetickým polem či mechanickou deformací, dochází ke změně vlastností této struktury. V našem případě dojde ke změně tenzoru permitivity. Závislost vlastností materiálu na tenzoru permitivity je popsána v kap. 5.1. Z toho vyplývá, že jakýkoliv jev, který může ovlivnit vlastnosti krystalů, popř. rozložení nábojů v jejich struktuře, zároveň ovlivní více či méně parametry EOM, jako jsou půlplnové napětí a velikost indexu lomu.

### 7.1 Faktory ovlivňující stabilitu EOM

Jak je zmíněno výše, veškeré faktory ovlivňující interakci světlo-krystal mohou měnit velikost parametrů EOM a tedy nechtěně měnit stav výstupního světelného signálu. Mezi tyto vlivy patří teplotní změny vznikající fluktuací okolní teploty a absorpcí fotonů krystalem. Dalším faktorem je např. vnější elektromagnetické pole, ovlivňující velikost náboje na elektrodách, což vede ke změnám distribuce elektronů uvnitř krystalu. Doposud ovšem nebyly zjištěny veškeré příčiny, způsobující toto chování.

### 7.2 Nelineární chování při amplitudové modulaci v lineární oblasti

Speciálním případem nestability parametrů EOM je jeho nelineární chování při amplitudové modulaci. Uvažujme tedy amplitudovou modulaci (viz kap. 6.3.3), ve které jsou vůči sobě natočeny jednotlivé optické prvky o  $45^\circ$ , tedy vstupní a výstupní polarizátor o  $90^\circ$ . Této konfiguraci odpovídá pracovní křivka amplitudové modulace, která je vidět na obr. 6.6, vyjadřující závislost intenzity prošlého záření na velikosti napětí přivedeného na elektrody EOM. Uvažujme dále případ, kdy jsme se přesunuli do bodu charakterizovaného hodnotou  $V_{\frac{\pi}{2}}$ . Nacházíme se tudíž v lineární oblasti přenosové funkce a za předpokladu splnění podmínky  $\Gamma_m \ll 1$  platí, že změna intenzity záření je přímo úměrná změně napětí přivedeného na elektrody EOM. Z toho lze usuzovat skutečnost, že nedochází ke tvorbě optického signálu druhé harmonické frekvence. Jinými slovy, téměř veškerá energie je nesena zářením s frekvencí rovnou frekvenci modulačního napětí. Vlivem různých faktorů může ovšem dojít ke změně hodnoty čtvrtplnového napětí  $V_{\frac{\pi}{2}}$ , což

se dá interpretovat jako posuv přenosové funkce vůči pracovnímu bodu. Tato skutečnost, nejenže způsobí změnu výstupní intenzity záření díky změně velikosti  $V_{\pi/2}$ , ale zároveň se, se vzrůstající vzdáleností pracovního bodu od původní pozice, zvyšuje množství energie nesené zářením o dvojnásobné frekvenci vůči frekvenci modulačního napětí [8].

### 7.3 Možnosti stabilizace EOM

Jednou z možností vyrušení jevů způsobujících změnu vlastností EOM při dlouhodobém měření je udržení všech faktorů ovlivňující chod EOM na konstantní úrovni, což je v reálném případě neproveditelné.

Druhou variantou je využití regulátoru předpětí elektro-optického modulátoru v regulačním obvodu (zpětné vazbě). Regulátor zajišťuje automatickou regulaci na základě vyhodnocení regulační odchylky  $\epsilon(t)$ , tj. odchylky měřené veličiny od požadované hodnoty, a nastavení výstupního signálu, tzv. akční veličiny  $\kappa(t)$ , aby došlo k minimalizování velikosti  $\epsilon(t)$ .

#### 7.3.1 Zpětná vazba – PID regulátor

PID neboli proporcionálně-integračně-derivační regulátor, je typ regulátoru, skládající se z proporcionálního neboli porovnávacího členu

$$p_0 \epsilon(t) \quad 7.1$$

dále členu integračního

$$p_{-1} \int_0^t \epsilon(t) dt \quad 7.2$$

a nakonec derivačního

$$p_1 \frac{d\epsilon(t)}{dt} \quad 7.3$$

Výstupní signál je kombinací všech členů. Můžeme tedy zapsat

$$\kappa(t) = p_0 \epsilon(t) + p_{-1} \int_0^t \epsilon(t) dt + p_1 \frac{d\epsilon(t)}{dt} \quad 7.4$$

Zde  $p_0$  je proporcionální konstanta,  $p_{-1}$  integrační konstanta a  $p_1$  derivační konstanta PID regulátoru. Nastavení jednotlivých parametrů ovlivňuje rychlost a způsob regulace ovlivňovaného parametru daného systému. V případě skutečného regulátoru se setkáme s ovládacími prvky, které určují váhu jednotlivých složek regulátoru. Jedná se o pásmo proporcionality

$$pp = \frac{1}{p_0} 100 \quad 7.5$$

Určující, jak moc se v procentech musí změnit vstupní signál, aby akční člen přešel z jedné krajní polohy do druhé. Dalším parametrem je integrační časová konstanta

$$T_I = \frac{p_0}{p_{-1}}, \quad 7.6$$

která udává čas, který by potřeboval integrační regulátor, aby změnil výstupní signál do polohy, které dosáhne PI regulátor v nulovém čase. Jedná se tedy o zpomalení změny výstupního signálu. Integrální člen zajišťuje důležitou vlastnost regulátoru, že v ustáleném stavu je regulační odchylka nulová. Posledním prvkem regulátoru je derivační časová konstanta

$$T_D = \frac{p_1}{p_0} \quad 7.7$$

Tato konstanta se určuje z rychlosti změny regulační odchylky a udává čas, který by potřeboval P regulátor na změnu výstupního signálu do hodnoty, které dosáhne PD regulátor v nulovém čase a používá se pro zrychlení regulačního děje.

Rovnici (7.4), popisující výstupní signál v závislosti na těchto parametrech, tedy můžeme, s využitím (7.6) a (7.7), přepsat do následujícího tvaru [10].

$$\kappa(t) = p_0 \left( \epsilon(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t \epsilon(t) dt + T_D \frac{d\epsilon(t)}{dt} \right) \quad 7.8$$

## 8 Popis průběhu experimentu

V této kapitole jsou postupně představeny jednotlivé kroky, které byly realizovány za účelem splnění požadovaných cílů mé práce, a výsledky jim odpovídající jsou uvedeny v kapitole 9. Při experimentu byly využity následující přístroje a optické prvky.

Tabulka 8.1: Seznam přístrojů a optických prvků

<b>Přístroje a optické prvky</b>	<b>Výrobce</b>	<b>Typ</b>
Elektro-optický modulátor	Leysop	200L
Napěťový zesilovač	Physik Instrumente	P-263
Laser	CVI Melles Griot	Stabilizovaný He-Ne laser 632,8 nm
Polarizátory	Standa	039264
	2x CVI Melles Griot	1200-15
Optický dělič	CVI Melles Griot	NCBS-633-050
Soleil-Babinetův kompenzátor	Thorlabs	SBC-VIS
2x Fotodioda	Thorlabs	PDA 36A-EC
NI USB	National Instruments	6008
Lock-in zesilovač	Stanford research systems	SR830 DSP

Zde uvedený polarizátor Standa dosahuje kontrastu 1:5000, oproti tomu polarizátory CVI Melles Griot mají kontrast 1:100 000. Tato hodnota udává kvalitu polarizátoru, jelikož představuje poměr intenzity prošlého nepolarizovaného ku polarizovanému záření.

### 8.1 Stabilizace aparatury v zapojení amplitudové modulace

Cílem bylo vytvořit dlouhodobou stabilizaci (jednotky minut) soustavy schopné měřit velikost optického dvojlomu vloženého vzorku. Soustava je složena z elektro-optického modulátoru (kap. 6) v zapojení amplitudové modulace (kap. 6.3.3). Důvodem pro snahu o samotnou stabilizaci je, že i za konstantní velikosti předpětí  $V_{BIAS}$  na elektrodách EOM

samovolně dochází ke změně intenzity výstupního záření. Tento trend vývoje měřených parametrů je časově proměnný, což znemožňuje korelaci naměřených dat po ukončení měření. Vývoj měřené intenzity záření je znázorněn v kapitole 9.2. Vzhledem k časově závislému výstupnímu signálu je tedy nutné, pro dosažení vyšší přesnosti, daný jev minimalizovat.

Z tohoto důvodu jsem vytvořil, pomocí softwaru LabVIEW, program obsahující PID regulátor (kap. 8.1.1), s jehož prostřednictvím byla snaha toto chování kompenzovat v průběhu měření a tím dosáhnout požadovaného, časově neměnného výstupního signálu.

Řešením tohoto problému se věnuji v kapitole 9.3, ve které jsou uvedeny výsledky měření stabilizované aparatury na předdefinovaný stav intenzity výstupního záření. S využitím PID regulátoru, který díky rozhraní NI USB-6008, umožňující jak sběr naměřených dat, tak i generaci signálu, jehož velikost je v našem případě závislá na velikosti chyby  $\epsilon(t)$  a jednotlivých parametrech regulátoru, jak je patrné ze vztahů (8.1, 8.2 a 8.3), dovoloval kontinuálně měnit velikost předpětí na EOM tak, aby kompenzoval nežádoucí děje probíhající v průběhu měření a tím zajistil časově neměnný výstupní signál na požadované hodnotě celkové intenzity.

Existuje několik postupů k určení velikosti koeficientů  $p_0$ ,  $p_1$  a  $p_{-1}$ , jež ovlivňují funkci PID regulátoru [10]. Velikost jednotlivých parametrů, pro různé stabilizované veličiny, byla zjišťována experimentálně. Ze zjištění rychlosti vývoje velikosti stabilizované veličiny byly odhadnuty jednotlivé parametry regulátoru, které se v průběhu stabilizace upravovali tak, aby byl regulátor dostatečně rychlý při kompenzaci tohoto vývoje měřené veličiny a přitom docházelo k co nejmenším oscilacím kolem námi požadované hodnoty.

## **8.2 Měření a stabilizace s využitím modulačního signálu**

Doposud zde byla řeč pouze o stabilizaci aparatury v zapojení amplitudové modulace. Abychom mohli využít stabilizaci elektro-optického modulátoru a zároveň měli možnost měřit fázový rozdíl způsobený vzorkem, bylo nutné použít optický dělič umístěný za modulátorem, který tento paprsek rozdělil na dva, jejichž směr šíření se lišil o  $90^\circ$ . Díky tomu se mohl nezávisle v jedné větvi stabilizovat EOM a měřit vzorek ve druhé. Stabilizační větev tedy zůstala stejná jako v předchozí části práce. Oproti tomu v měřené větvi následoval za děličem svazku Soleil-Babinetův kompenzátor, kterým se vyrušil nejdříve umělý dvojlom jednotlivých optických prvků a poté sloužil jako vlastní vzorek. Posledním prvkem byl výstupní analyzátor. Celé schéma je uvedeno v úvodu kapitoly 9.5.

Veškerá dosavadní stabilizace byla provedena pouze v závislosti na celkové intenzitě. Pro přesnější měření a lepší možnost stabilizace EOM v minimu, maximu či do lineární oblasti poskytuje využití modulačního signálu přivedeného na modulátor.

Tato situace je znázorněna na obrázku 6.6 v kapitole 6.3.3. V následujícím popisu zanedbáváme, vzhledem k nízkému podílu energie, signály vysokých harmonických signálů a uvažujeme pouze DC signál, tedy signál nulté harmonické frekvence, dále signál první a druhé harmonické frekvence. Zároveň předpokládejme skutečnost, že v závislosti na tom, ve které části přenosové funkce modulujeme, dochází k přenosu energie mezi stejnosměrnost složkou signálu, signálem první a druhé harmonické frekvence, jak bylo popsáno na konci kapitoly 6.3.3. Tato závislost je popsána v kapitole 8.3 a využita v kapitole 9.5, pro měření se Soleil-Babinetovým kompenzátorem.

### 8.3 Průchod světla optickou soustavou

Pro popis průchodu polarizovaného světla optickou soustavou a vyjádření jeho výstupní intenzity využijeme Jonesův maticový popis (kap. 4.2). Jak bylo zmíněno v kapitole, jednotlivé optické prvky můžeme popsat Jonesovými maticemi a libovolný stav polarizovaného záření Jonesovým vektorem. Interakce polarizovaného světla s optickým prvkem vede ke změně stavu jím prošlého záření. Tuto skutečnost vystihuje rovnice (4.6) pro popis polarizačního stavu po průchodu optickým prvkem. Pokud, jako v našem případě, je za sebe umístěno více optických prvků, můžeme postupným násobením jednotlivých matic

$$T = T_1 T_2 \dots T_n \quad 8.1$$

určit výstupní polarizační stav jako

$$J' = TJ \quad 8.2$$

Ze znalosti polarizačního stavu výstupního záření můžeme dále zjistit jeho intenzitu pomocí vztahu

$$I = \vec{J'} \cdot \vec{J'^*}, \quad 8.3$$

kde  $\vec{J'^*}$  je komplexně sdružený Jonesův vektor výstupního záření. V následujících kapitolách budou, pomocí Jonesova maticového formalismu, spočítány intenzity výstupního záření z rovnice (8.3). Obecný Jonesův vektor vstupního záření vystupujícího z laseru a Jonesovy matice jednotlivých optických prvků, použitých při experimentu a výpočtu, jsou uvedeny v následující tabulce. Jelikož jak elektro-optický modulátor, tak i

Soleil-Babinetův kompenzátor jsou fázové retardéry, popisujeme oba prvky stejnou Jonesovou maticí. Úhel  $\beta_1$  odpovídá natočení vstupního polarizátoru,  $\beta_2$  natočení výstupního polarizátoru neboli analyzátoru,  $\Gamma_{EOM}$  udává fázový rozdíl způsobený elektro-optickým modulátorem a  $\Gamma_{SBC}$  fázový rozdíl na vloženém vzorku.

Tabulka 8.2: Jonesův popis optických prvků aparatury

Vstupní záření	$\vec{J} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}$
Vstupní polarizátor	$T_1 = \begin{pmatrix} \cos^2 \beta_1 & \sin \beta_1 \cos \beta_1 \\ \sin \beta_1 \cos \beta_1 & \sin^2 \beta_1 \end{pmatrix}$
Elektro-optický modulátor	$T_{EOM} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp[i(\Gamma_{EOM})] \end{pmatrix}$
Transformační matice EOM	$R(\tau_1) = \begin{pmatrix} \cos \tau_1 & \sin \tau_1 \\ -\sin \tau_1 & \cos \tau_1 \end{pmatrix}$
Soleil-Babinetův kompenzátor	$T_{SBC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp[i(\Gamma_{SBC})] \end{pmatrix}$
Transformační matice SBC	$R(\tau_2) = \begin{pmatrix} \cos \tau_2 & \sin \tau_2 \\ -\sin \tau_2 & \cos \tau_2 \end{pmatrix}$
Výstupní polarizátor	$T_2 = \begin{pmatrix} \cos^2 \beta_2 & \sin \beta_2 \cos \beta_2 \\ \sin \beta_2 \cos \beta_2 & \sin^2 \beta_2 \end{pmatrix}$

Pro případ amplitudové modulace tedy můžeme určit výslednou intenzitu následovně. Aparatura, spolu s natočením os jednotlivých komponent vůči ose x, je uvedena na schématu 1. Tedy  $\alpha = 0, \beta_1 = 0^\circ, \tau_1 = 45^\circ$  a  $\beta_2 = 90^\circ$ . Výsledná Jonesova matice se tedy získá jako

$$T = T_1 R(-\tau_1) T_{EOM} R(\tau_1) T_2. \quad 8.4$$

Dosazením (8.4) do (8.2) zjistíme polarizační stav světla na výstupu. Intenzitu získáme z (8.3) ve tvaru

$$I = I_0 \sin^2 \left( \frac{\Gamma}{2} \right) = \frac{I_0}{2} [1 - \cos(\Gamma_{EOM})]. \quad 8.5$$

Situace, ve které  $\Gamma = \Gamma_{EOM} = \frac{V_{BIAS}}{V_\pi} \pi$ , nastává pouze v případě, kdy není na EOM přiveden modulační signál. S využitím modulačního napětí, rovnice (8.5) přejde do tvaru

$$I = \frac{I_0}{2} [1 - \cos(\Gamma_{EOM} + \Gamma_m \sin(\omega_m t))]. \quad 8.6$$

Vzhledem k tomu, v jakém místě přenosové funkce modulujeme, dochází k přenosu energie mezi stejnosměrným signálem, dále pak signálem první harmonické frekvence (1F) a druhé harmonické frekvence (2F), přičemž signály vyšších harmonických



frekvencí, vzhledem k jejich nízkým energiím, zanedbáváme. Pro vyjádření výsledné intenzity v závislosti na velikostech těchto harmonických složek využijeme popis pomocí Besselových funkcí  $n$ -tého řádu.

$$\cos(a \sin b) = J_0(a) + 2J_2(a) \cos 2b \quad 8.7a$$

$$\sin(a \sin b) = 2J_1(a) \sin b \quad 8.7b$$

Nyní, s využitím Besselových funkcí a goniometrických vzorců,

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b \quad 8.8a$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \quad 8.8b$$

můžeme (8.6) přepsat do tvaru

$$\begin{aligned} I &= \frac{I_0}{2} [1 - (\cos \Gamma_{\text{EOM}} \cos(\Gamma_m \sin(\omega_m t)) - \sin \Gamma_{\text{EOM}} \sin(\Gamma_m \sin(\omega_m t)))] = \\ &= \frac{I_0}{2} [1 - ([\cos \Gamma_{\text{EOM}} (J_0(\Gamma_m) + 2J_2(\Gamma_m) \cos(2\omega_m t))] - \sin \Gamma_{\text{EOM}} 2J_1(\Gamma_m) \sin(\omega_m t))] \end{aligned} \quad 8.9$$

Jednotlivé členy  $J_n$  udávají amplitudu signálu  $n$ -té harmonické frekvence, přičemž  $J_0$  je energie stejnosměrné složky.

Pro případ měřicí větve se vzorkem, který představuje Soleil-Babinetův kompenzátor, jak je uvedeno ve schématu 3, jsou vzájemně osy všech komponent natočeny o  $45^\circ$ . Platí tedy, že  $\alpha = 0, \beta_1 = 0^\circ, \tau_1 = 45^\circ, \tau_2 = 90^\circ$  a  $\beta_2 = 135^\circ$ . Jonesova matice má v tomto případě tvar

$$T = T_1 R(-\tau_1) T_{\text{EOM}} R(\tau_1) R(-\tau_2) T_{\text{SBC}} R(\tau_2) T_2 \quad 8.10$$

Opět dosazením (8.10) do (8.2) získáme polarizační stav světla na výstupu a z (8.3) výslednou intenzitu ve tvaru

$$I = \frac{I_0}{2} [1 + \sin(\Gamma_{\text{EOM}} + \Gamma_m \sin(\omega_m t)) \sin \Gamma_{\text{SBC}}] \quad 8.11$$

Obdobným postupem, s využitím (8.7a), (8.7b) a (8.8a), můžeme dopočítat výslednou intenzitu v závislosti na amplitudách jednotlivých signálů.

$$\begin{aligned} I &= \frac{I_0}{2} [1 + (\sin \Gamma_{\text{EOM}} \cos(\Gamma_m \sin(\omega_m t)) + \cos \Gamma_{\text{EOM}} \sin(\Gamma_m \sin(\omega_m t)) \sin \Gamma_{\text{SBC}})] = \\ &= \frac{I_0}{2} [1 + (\sin \Gamma_{\text{EOM}} (J_0(\Gamma_m) + 2J_2(\Gamma_m) \cos(2\omega_m t)) + \\ &+ \cos \Gamma_{\text{EOM}} (2J_1(\Gamma_m) \sin(\omega_m t)) \sin \Gamma_{\text{SBC}}] \end{aligned} \quad 8.12$$

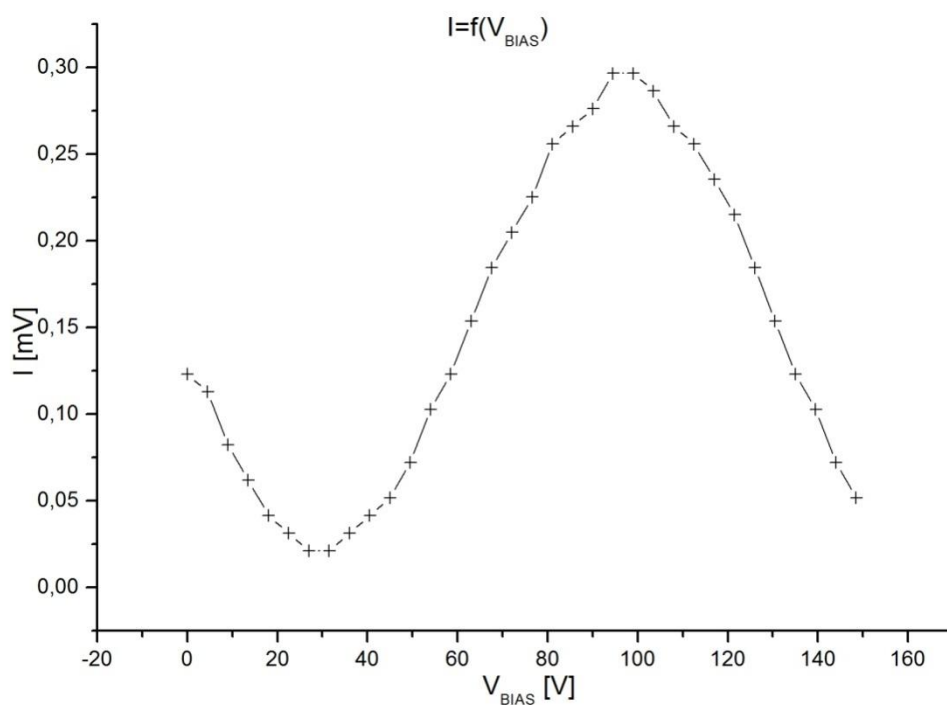
## 9 Stabilizace elektro-optického modulátoru

Jak bylo uvedeno v kapitole 7, stav výstupního signálu z elektro-optického modulátoru je časově závislý. Doposud nebyly vysvětleny zjištěny všechny vlivy, způsobující toto nežádoucí chování. Byla snaha tento jev redukovat udržováním konstantní teploty elektro-optického modulátoru Peltierovými tepelnými články. Tato metoda kompenzovala nežádoucí jevy pouze o 25%, což naznačuje, že bychom v průběhu měření museli ovlivňovat i jiné děje pro dosažení kompletní stabilizace [8].

Další metodou kompenzace těchto jevů je stabilizace výstupního signálu pomocí proměnného stejnosměrného signálu přivedeného na modulátor. Tato metoda má tu výhodu, že nemusíme znát příčiny, kvůli kterým nežádoucí jev vzniká, ale pouze kompenzujeme změny, které způsobí. Jak bude pojednáno v následujících kapitolách, tento způsob regulace dovoluje jak stabilizaci na téměř libovolnou hodnotu výstupní intenzity (Graf 9.5), tak, s využitím modulačního signálu, ke stabilizaci na minimum, maximum, nebo do lineární oblasti přenosové funkce amplitudové modulace (Graf 9.1)

### 9.1 Půlvinové napětí EOM

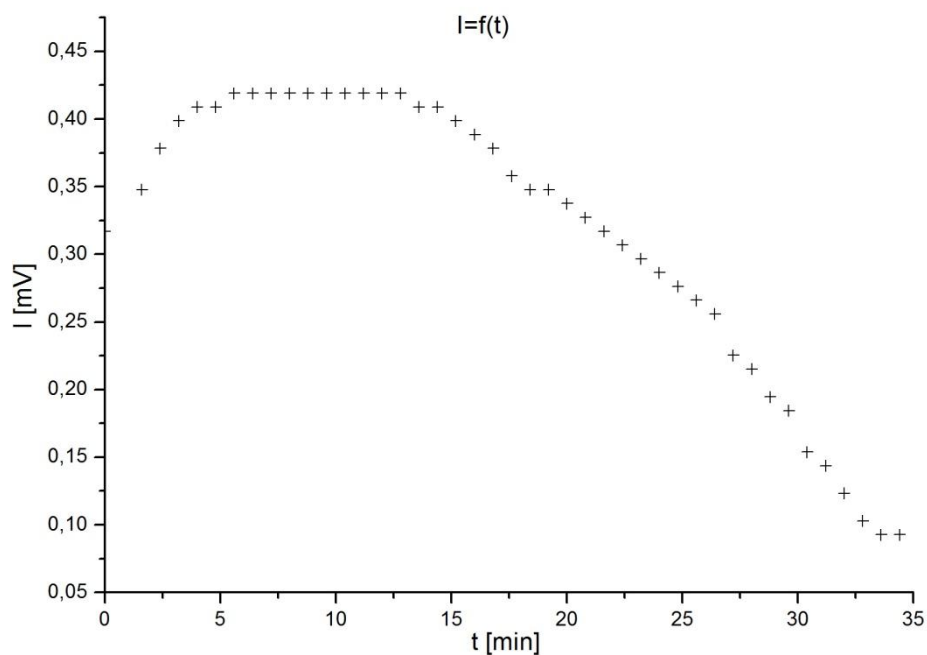
Půlvinové napětí je parametr elektro-optického modulátoru, vyjadřující závislost změny fázového rozdílu řádného a mimořádného paprsku. Přesněji se jedná o takové napětí, které způsobí změnu fáze o  $\pi$ . Závislost velikosti napětí, přivedeného na elektrody EOM v zapojení amplitudové modulace, na výstupní intenzitě naší aparatury vyjadřuje přenosová funkce na grafu 9.1. Vzhledem k vývoji intenzity muselo být měření co nejrychlejší, abychom minimalizovali chybu měření. Naměřená hodnota půlvinového napětí naší aparatury s elektro-optickým modulátorem činí  $V_{\pi} = (74 \pm 1)V$ . Znalost  $V_{\pi}$  byla nutná pro určení hloubky amplitudové modulace.



Graf 9.1 Přenosová funkce aparatury v zapojení amplitudové modulace

## 9.2 Měření časového vývoje výstupní intenzity záření nestabilizované soustavy

Nestabilní chování elektro-optického modulátoru bylo změřeno a jeho průběh je uveden v grafu 9.2, který pro konstantní napětí na elektrodách EOM znázorňuje časově proměnný měřený signál výstupní intenzity.



Graf 9.2: Časový vývoj výstupní intenzity bez stabilizovaného elektro-optického modulátoru

### 9.3 Stabilizace EOM bez modulačního signálu

Schéma soustavy, odpovídající skutečnému zapojení (Příloha 1), které bylo použito pro stabilizaci výstupní intenzity na předdefinovanou hodnotu, vypadá následovně.

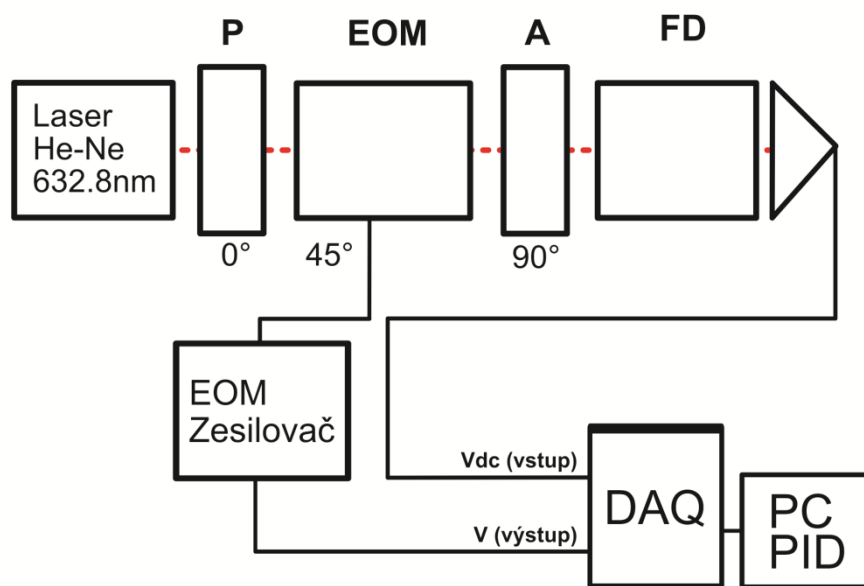
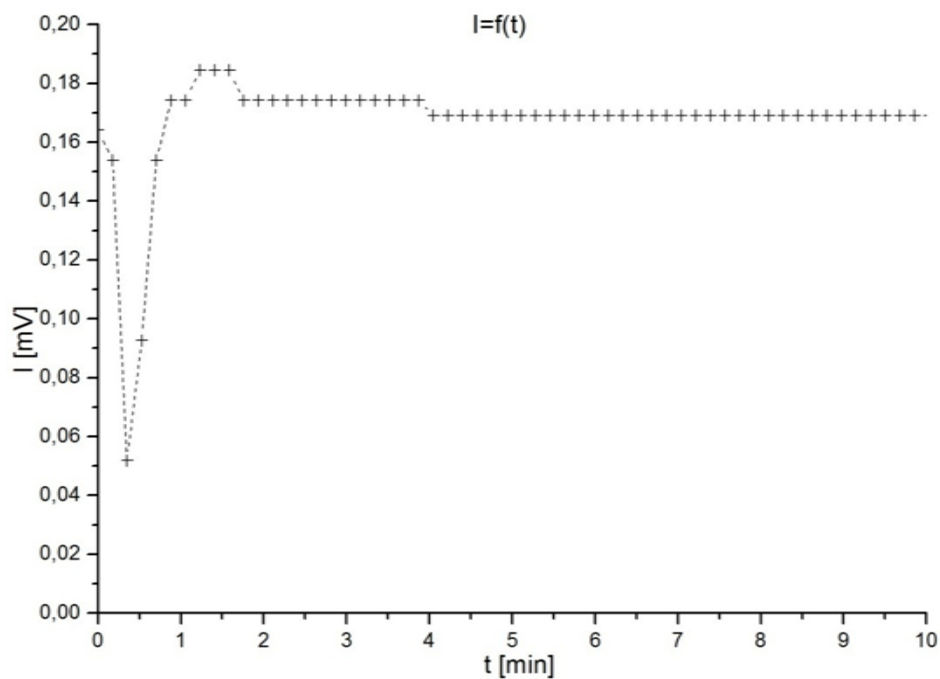


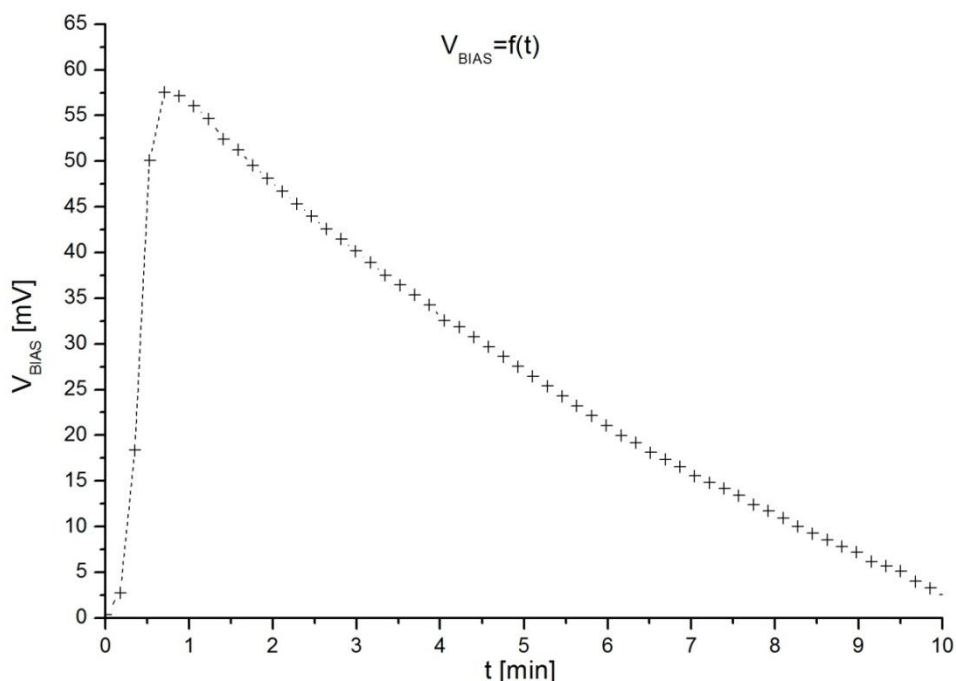
Schéma zapojení 1

Signál z fotodiody, měřící intenzitu záření, byl převeden do počítače DAQ asistentem pomocí NI USB-6008. Tím byl zajištěn sběr dat nutný pro funkci výše zmiňovaného regulátoru. Po zpracování dat byl výstup vyveden opět DAQ asistentem na zesilovač. V zesilovači se tento signál stopadesátinásobně zesílil a přivedl na elektrody modulátoru. Tím byla zajištěna zpětná vazba stabilizující intenzitu pomocí regulace předpětí na modulátoru. Regulace na předdefinovanou hodnotu intenzity je znázorněna v následujících grafech.

První graf znázorňuje vývoj intenzity aparatury se stabilizovaným EOM. Na druhém grafu je vidět změna vstupního napětí na modulátoru, tedy změna výstupního napětí z PID regulátoru (Příloha 2), aby byla zachována konstantní hodnota předdefinované intenzity  $I = 0,17 \text{ mV}$ , při které se nacházíme v lineární oblasti přenosové funkce. Parametry regulátoru jsou pro daný typ regulace  $p_0 = 0,4$ ;  $T_I = 0,05$ ;  $T_D = 0,01$ .



Graf 9.3: Stabilizace intenzity na hodnotu  $I=0,17$  mV



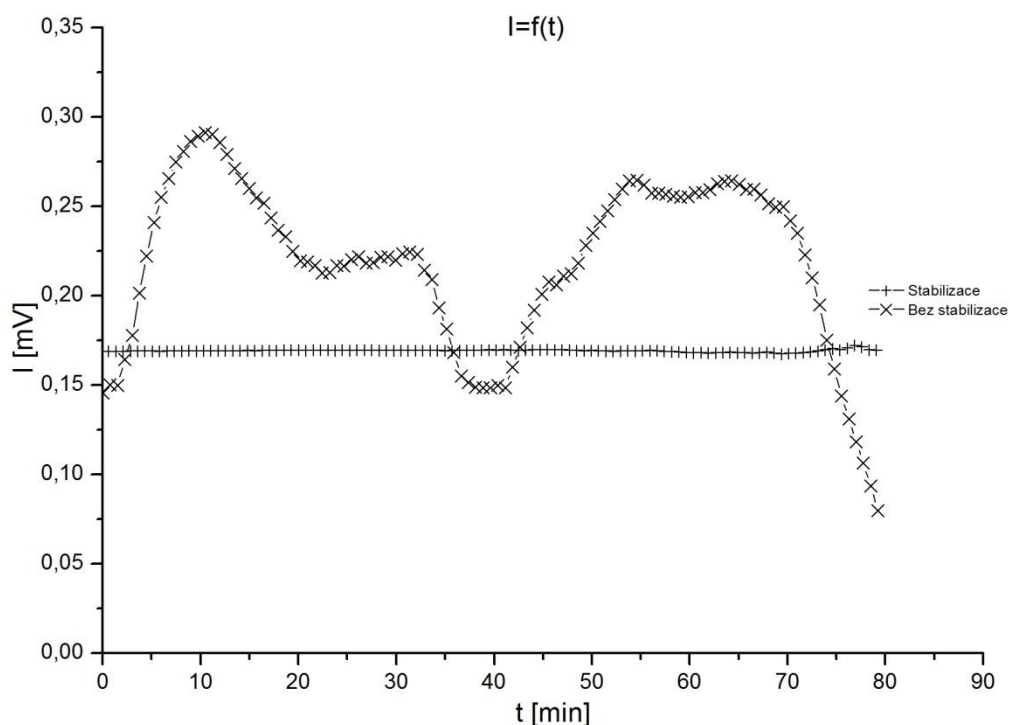
Graf 9.4: Vývoj velikosti předpětí na EOM pro udržení definované hodnoty výstupní intenzity

Počáteční pokles a nárůst intenzity je řešením podmínky pro dodržení dlouhodobé stabilizace. Nesymetrický zesilovač neumožňuje pracovat v rozsahu záporného napětí. Na počátku měření, než došlo k ustálení vývoje systému do rovnovážného stavu, se drift

přenosové funkce vůči pracovnímu bodu vyvíjel pouze jedním směrem. Tuto situaci vystihuje posuv přenosové funkce k nižším napětím. Jak je vidět na grafu 9.4, regulátor zvyšuje napětí do té doby, než stabilizovaná veličina dosáhne požadované hodnoty a po jejím dosažení se toto napětí mění tak, aby hodnota zůstala zachována. Jelikož intenzita pouze vlivem tohoto driftu klesá, regulátor bude ubírat napětí tak, aby tuto změnu kompenzoval.

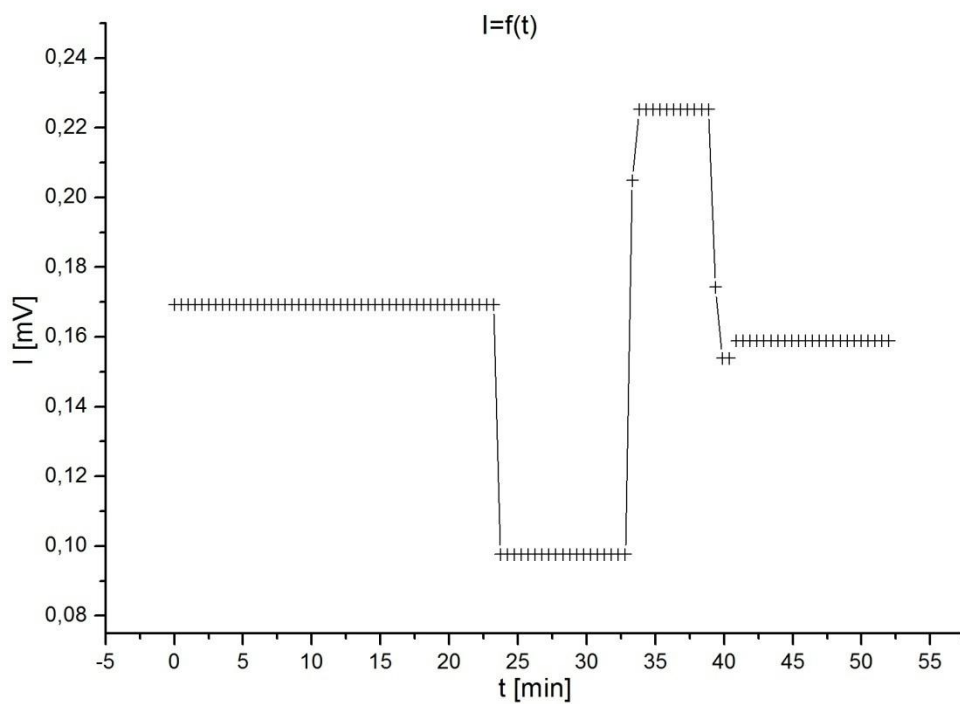
Nemožnost využít rozsah záporných hodnot napětí značně redukoval maximální dobu měření. Nicméně, pro měření trvající méně než deset minut, se tento problém podařilo vyřešit tím, že jsme se nastavili na sestupnou část přenosové funkce a poté zapnuli regulátor. Přibližně po třech hodinách se systém, po ustálení teploty na modulátoru a jednotlivých optických prvcích, dostane do rovnovážného stavu. Rychlost i směr vývoje výstupní intenzity se poté s časem mění, což prodlužuje možnost stabilizace v daném uspořádání s využitými přístroji i na několik hodin.

Následující graf vyjadřuje závislost výstupní intenzity na čase aparatury se stabilizovaným a nestabilizovaným elektro-optickým modulátorem, přičemž vývoj intenzity nestabilizované soustavy byl vypočítán ze změny velikosti předpětí na modulátoru.



Graf 9.5 Vývoj výstupní intenzity se stabilizovaným a bez stabilizovaného elektro-optického modulátoru

Pro ukázkou možnosti stabilizace na různé hodnoty intenzity bylo provedeno měření, ve kterém se postupně měnila hodnota intenzity, na kterou měla soustava stabilizovat. Výsledný průběh intenzity vypadal následovně.



Graf 9.6: Stabilizace hodnoty intenzit  $I_1=0,17$  mV,  $I_2=0,1$  mV,  $I_3=0,22$  mV, a  $I_4=0,15$  mV

## 9.4 Stabilizace využívající modulační signál

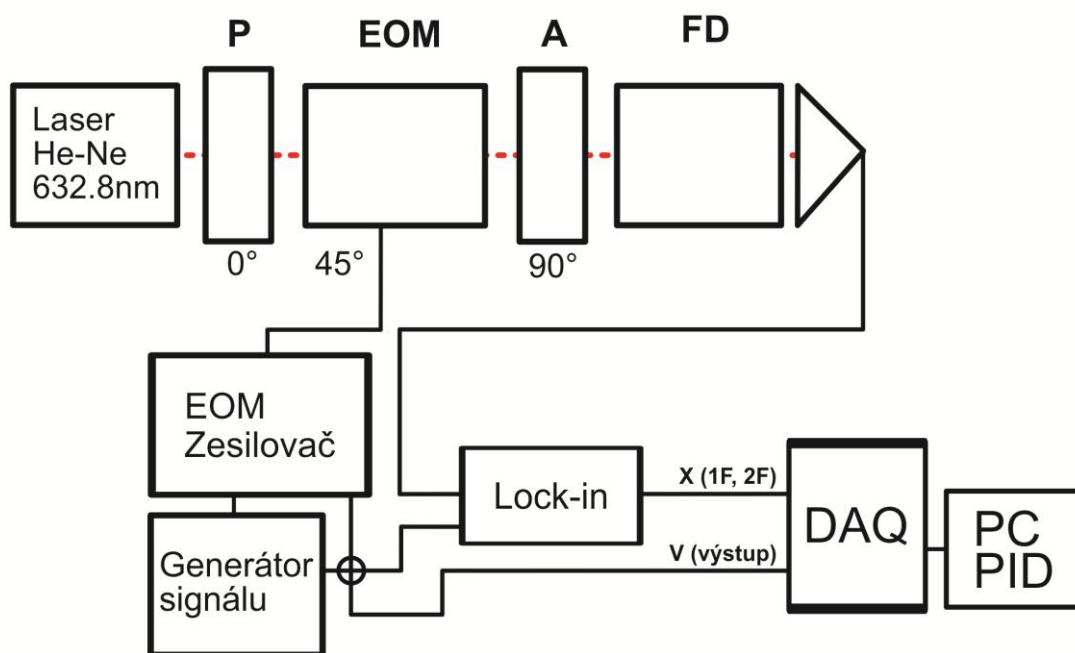


Schéma zapojení 2

Stabilizace na výstupní intenzitu umožňuje udržování definované výstupní intenzity v celém rozsahu až na minimum a maximum. Pro přesnou stabilizaci do minima či maxima přenosové funkce musíme využít signál první harmonické frekvence (1F), který v tomto případě musí být nulový, nebo se můžeme stabilizovat do lineární oblasti. Pro tuto možnost využijeme signál druhé harmonické frekvence (2F), který je v tomto místě nulový.

Pro sledování jednotlivých harmonických složek byl využit Lock-in zesilovač, který umožňuje měřit signály, jejichž frekvence je velmi blízká frekvenci měřeného signálu. Jak je vidět ze schématu, generátor signálu a Lock-in jsou vzájemně propojeny. Důvodem je vyvedení referenčního signálu, pomocí kterého Lock-in může, v režimu X, měřit nejen amplitudu signálu, ale i fázový rozdíl vůči referenci, pomocí citlivého detektoru fáze (PSD), jako  $X_L = V_{SIG} \cos \Gamma$ . Zde  $\Gamma = (\delta_{SIG} - \delta_{REF})$  je fázový rozdíl mezi velikostí fáze měřeného signálu  $\delta_{SIG}$  a referenčním signálem  $\delta_{REF}$ , přivedeným z generátoru.

Využití závislosti fázového rozdílu na amplitudě byla pro stabilizaci nutná podmínka. Uvažujme stabilizaci výstupní intenzity na minimum. Měřením absolutní hodnoty signálu 1F bychom získali informaci o tom, jak jsme daleko od požadované hodnoty, ale jak je patrné z grafu 9.1, ne jakým směrem, jelikož výchylku pracovního bodu z minima v obou směrech provází stejná změna výstupní intenzity. Regulátor by tedy nevěděl, zda má

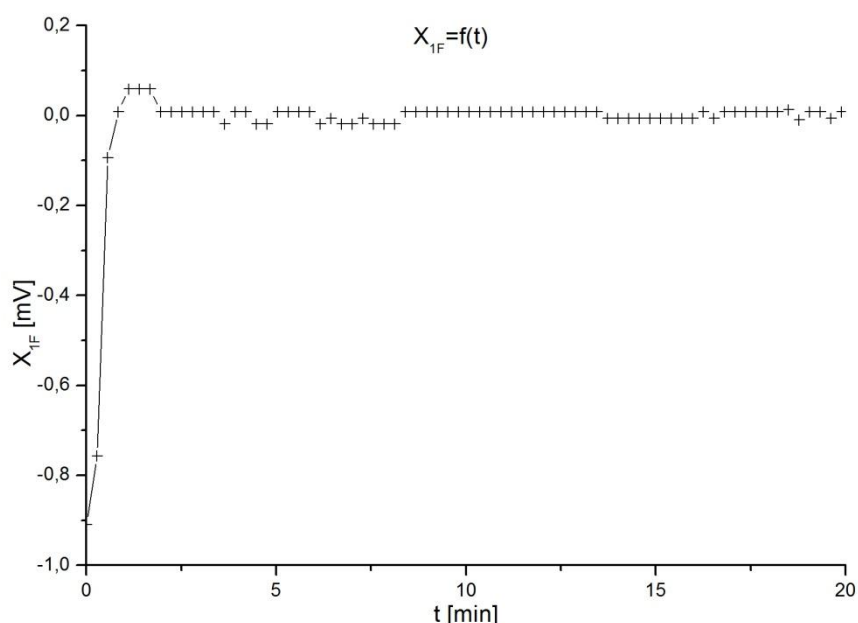


přidat či ubrat napětí na modulátoru, jelikož by nedokázal určit směr vývoje pracovního bodu vůči původní hodnotě.

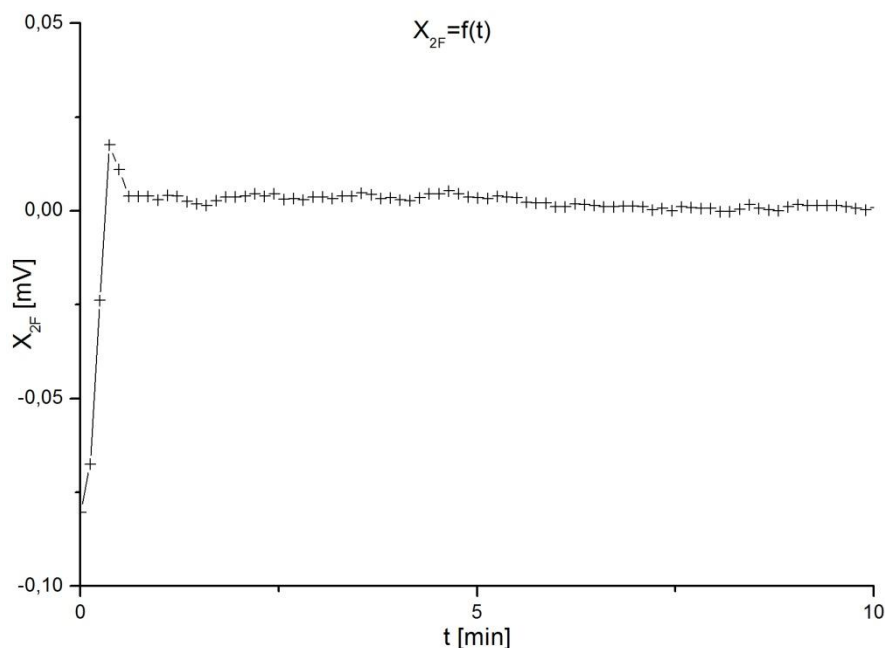
Tento problém je vyřešen využitím detekce fáze, s jehož využitím, dochází u signálu 1F v minimu a maximu, či signálu 2F v lineárním bodě, k přechodu mezi zápornou a kladnou hodnotou výstupního signálu, z čehož regulátor vyhodnotí a následně kompenzuje směr vývoje pracovního bodu. Analogicky toto platí v maximu i lineárním bodu přenosové funkce (Graf 9.1).

#### 9.4.1 Stabilizace na signál první a druhé harmonické frekvence

Následující grafy znázorňují vývoj stabilizace signálu první a druhé harmonické frekvence. Měření na Lock-inu bylo provedeno pomocí módu X. Parametry regulátoru pro stabilizaci do minima, tedy na nulovou hodnotu signálu první harmonické frekvence jsou  $p_0 = 0,4$ ;  $T_I = 0,05$ ;  $T_D = 0,01$ . Pro stabilizaci do maxima, neboli na nulový signál druhé harmonické frekvence byly použity koeficienty  $p_0 = 0,4$ ;  $T_I = 0,13$ ;  $T_D = 0,05$ . Naměřené oscilace jsou částečně způsobeny špatnou rozlišovací schopností NI USB-6008.



Graf 9.7: Stabilizace na nulovou hodnotu signálu první harmonické frekvence



Graf 9.8: Stabilizace na nulovou hodnotu signálu druhé harmonické frekvence

## 9.5 Měření na Soleil-Babinetově kompenzátoru

Po vytvoření funkční stabilizace aparatury byla snaha o naměření fázového rozdílu, způsobeného vzorkem, za současného využití této stabilizace. Z tohoto důvodu musela být vytvořena samostatná větev pro měření vzorku, pomocí optického děliče. Seřízení měřicí větve by vypadalo následovně.

Do měřicí větve umístíme analyzátor pod úhlem  $90^\circ$ . Tím pádem budeme mít dvě větve shodné, v zapojení amplitudové modulace. Výstup z fotodiody ve stabilizační větve vyvedeme na zesilovač Lock-in. Výstup z měřicí větve bychom také správně měli vyvést na Lock-in. Dále vyvedeme napětí na EOM tak, abychom ve stabilizační větvi byli v minimu. Lock-in, na který je přiveden signál z měřené větve, přepneme do režimu zjišťování amplitudy signálu druhé harmonické frekvence. Nyní se natočením analyzátoru v této větvi dostaneme do stavu, ve kterém je intenzita  $2F=0$ . Tím bychom si zajistili měření výstupního signálu, který by nebyl ovlivňován jak stejnosměrným signálem, tak signály se sudými harmonickými frekvencemi.

Tento stav je shodný se stavem měřicí aparatury, který je znázorněn na schématu 3 a matematicky popsán rovnicí 8.12. Níže uvedené schéma navíc obsahuje SBC, který nám v daném případě nahrazuje vzorek. Obrázek aparatury je uveden v příloze 3 a schéma regulátoru odpovídající tomuto stavu v příloze 4.

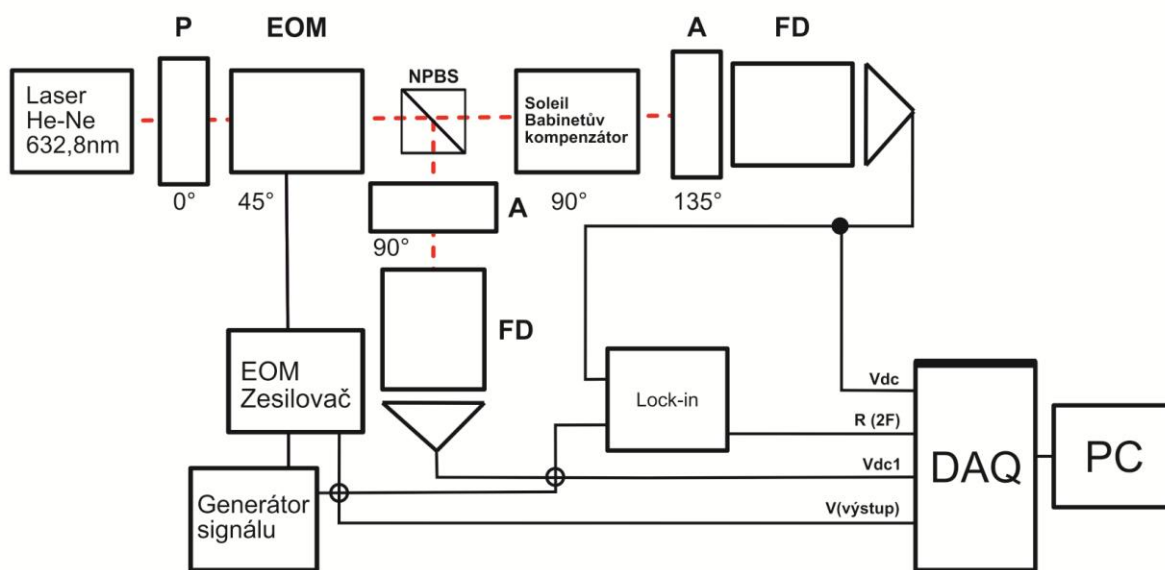


Schéma zapojení 3

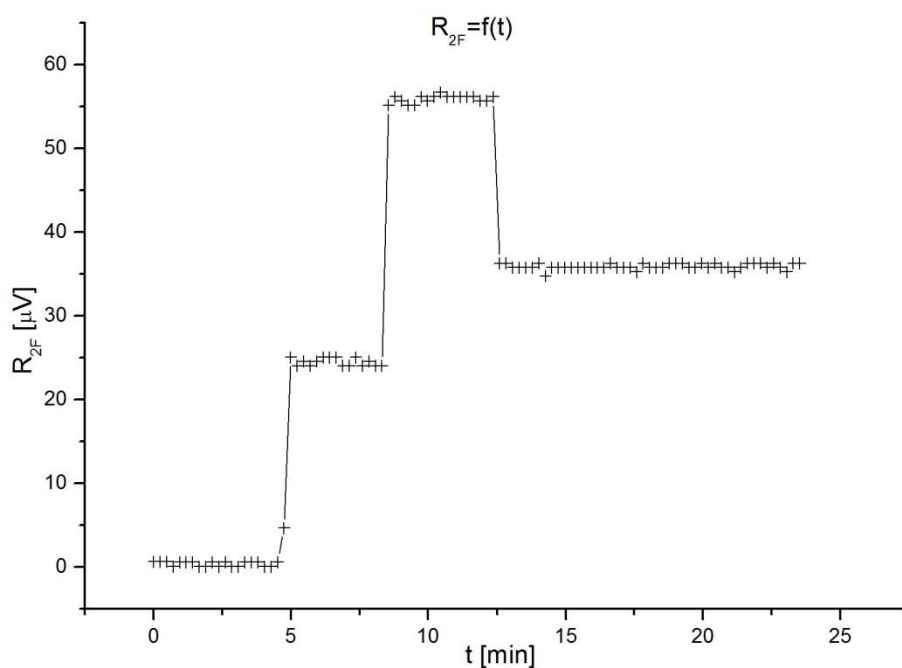
Nejvyšší přesnosti měření bychom dosáhli, kdybychom měřili v daném stavu. Tedy stabilizovat se na minimum a v měřící větvi měřit pouze velikost signálu 1F [12].

Tato možnost v našem případě bohužel nebyla možná, z důvodu absence druhého Lock-in zesilovače. Musela se tedy využít druhá, méně přesná metoda. Stabilizace neprobíhala na minimum, ale na lineární oblast přenosové funkce přes celkovou intenzitu. Tato metoda stabilizace nevyžaduje mít Lock-in, jelikož pro stabilizaci nevyužívám měření harmonického signálu. Stabilizace na intenzitu ovšem nedovoluje tak přesnou stabilizaci do lineární oblasti. Navíc je přesnost snížena vlivem stejnosměrné složky, která zvětšila amplitudu měřené intenzity, což vede ke snížené citlivosti při měření odchylek s nízkou amplitudou.

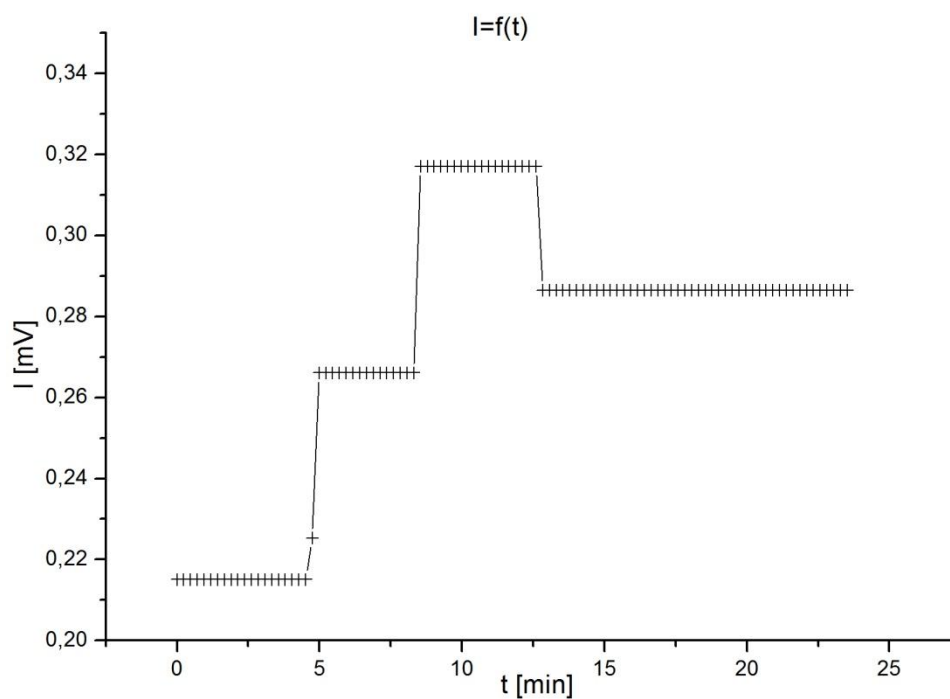
Z teorie Besselových funkcí vyplývá, že bychom mohli stejnosměrnou eliminovat volbou vhodné velikosti hloubky amplitudové modulace (9.6), která je přímo úměrná modulačnímu napětí. Po dosažení  $\Gamma_m = 2,4048$  rad by byla DC složka signálu nulová, neboli  $J_0 = 0$  [13]. Tato možnost v našem případě nebyla možná, jednak kvůli rozsahu napětí, ve kterém jsme se museli pohybovat, aby nedošlo k poškození EOM, a dále kvůli typu použitého zesilovače. Této skutečnosti bude věnována pozornost v závěru kapitoly 9.5.

Nyní budou uvedeny výsledky týkající se měření na Soleil-Babinetově kompenzátoru ve stabilizaci na lineární bod přenosové funkce amplitudové modulace s PID koeficienty:  $p_0 = 0,4; T_I = 0,1; T_D = 0,01$ . Signál 2F není, jako v případě stabilizace, měřen

v závislosti na fázi reference módem X, ale byla měřena absolutní velikost tohoto signálu módem R, který již není fázově závislý a určuje jeho celkovou velikost.



Graf 9.9: Časová závislost velikosti amplitudy signálu druhé harmonické frekvence, při různých velikostech dvojlomu na SBC



Graf 9.10: Závislost velikosti celkové výstupní intenzity měřené větve na různých velikostech dvojlomu měřeného vzorku

Pro tento případ, kdy se stabilizuje do lineární oblasti, je  $\Gamma_{\text{EOM}} = \frac{\pi}{2}$  a tedy  $\cos \Gamma_{\text{EOM}} = 0$ . Díky tomu můžeme upravit rovnici 9.10 do tvaru, popisující vývoj intenzity v závislosti na měřeném vzorku jako

$$\begin{aligned} I &= \frac{I_0}{2} [1 + (\sin \Gamma_{\text{EOM}} \cos(\Gamma_m \sin(\omega_m t)) + \cos \Gamma_{\text{EOM}} \sin(\Gamma_m \sin(\omega_m t))) \Gamma_{\text{SBC}}] = \\ &= \frac{I_0}{2} [1 + (J_0(\Gamma_m) + 2J_2(\Gamma_m) \cos(2\omega_m t)) \Gamma_{\text{SBC}}] \end{aligned} \quad 9.1$$

Zde jsme použili aproximaci  $\sin \Gamma_{\text{SBC}} \cong \Gamma_{\text{SBC}}$ , která platí pro malé úhly. Tuto rovnici si můžeme rozepsat na součet DC (9.2a) a AC (9.2b) signálu.

$$I = \frac{I_0}{2} + \Gamma_{\text{SBC}} \frac{I_0}{2} J_0(\Gamma_m) \quad 9.2a$$

$$I = \sqrt{2} V_{2F} = \Gamma_{\text{SBC}} \frac{I_0}{2} 2J_2(\Gamma_m) \cos(2\omega_m t) \quad 9.2b$$

Vyjádřením  $\frac{I_0}{2}$  z (9.2a) získáme

$$\frac{I_0}{2} = \frac{I}{1 + \Gamma_{\text{SBC}} J_0(\Gamma_m)} \quad 9.3$$

a dosazením do rovnice (9.12b) můžeme vztah pro AC signál přepsat do tvaru

$$\sqrt{2} V_{2F} = \frac{2J_2(\Gamma_m) \Gamma_{\text{SBC}} I}{1 + \Gamma_{\text{SBC}} J_0(\Gamma_m)}. \quad 9.4$$

Postupnými úpravami rovnice (9.14) můžeme vyjádřit velikost fázové změny vzniklé na vzorku jako

$$\Gamma_{\text{SBC}} = \frac{V_{2F} \sqrt{2}}{2I J_2(\Gamma_m) - J_0(\Gamma_m) V_{2F} \sqrt{2}}. \quad 9.5$$

Pro daný výpočet potřebujeme znát velikost hloubky amplitudové modulace. Tu zjistíme ze vztahu

$$\Gamma_m = \frac{V_m}{V_\pi} \pi, \quad 9.6$$

s chybou

$$\chi_{\Gamma_m} = \sqrt{\left(\frac{1}{V_\pi} \pi \chi_{V_m}\right)^2 + \left(\frac{V_m}{V_\pi^2} + \chi_{V_\pi}\right)^2}. \quad 9.7$$

Chyba hloubky amplitudové modulace tedy vnáší chybu do samotného stanovení jednotlivých Besselových funkcí. Celkovou chybu stanovení fázového rozdílu vzorkem, po zohlednění chyb měřících přístrojů, můžeme vyjádřit ve tvaru.

$$\begin{aligned}
\chi_{\Gamma_{SBC}} = & \left[ \left( \frac{\sqrt{2}(2IJ_2(\Gamma_m) - \sqrt{2}J_0(\Gamma_m)V_{2F}) + 2V_{2F}J_0(\Gamma_m)}{2IJ_2(\Gamma_m) - \sqrt{2}V_{2F}J_0(\Gamma_m)} \chi_{V_{2F}} \right)^2 + \right. \\
& + \left( \frac{2\sqrt{2}V_{2F}J_2(\Gamma_m)}{(2IJ_2(\Gamma_m) - \sqrt{2}V_{2F}J_0(\Gamma_m))^2} \chi_I \right)^2 + \left( \frac{2V_{2F}^2}{(2IJ_2(\Gamma_m) - \sqrt{2}V_{2F}J_0(\Gamma_m))^2} \chi_{J_0} \right)^2 + \\
& \left. + \left( \frac{2\sqrt{2}V_{2F}I}{(2IJ_2(\Gamma_m) - \sqrt{2}V_{2F}J_0(\Gamma_m))^2} \chi_{J_2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}
\end{aligned} \tag{9.8}$$

Kromě chyb měřících přístrojů hraje velikou roli správné seřízení soustavy, jako např. natočení polarizátorů, elektro-optického modulátoru a vzorku. Další, neméně důležitý faktor, je průchod paprsku optickými prvky. Při šikmém průchodu světelného paprsku vzorkem a EOM zvýšíme dráhu, po které se paprsek pohybuje v anizotropním prostředí, čímž ovlivňujeme velikost výsledného fázového rozdílu, nehledě na parazitní dvojlomy, vznikající na jednotlivých optických prvcích. V neposlední řadě také musíme uvažovat skutečnost, že výpočet předpokládá ideální vstupní polarizátor, který způsobí úplnou polarizaci jím procházejícího záření.

Jak je vidět z grafů 9.9 a 9.10, měření na vzorku bylo provedeno úspěšně. Nyní bychom s využitím (9.5) mohli získat jednotlivé fázové rozdíly, způsobené změnou dvojlomu na SBC, s chybou (9.8). Skutečnou fázovou změnu získáme ze vztahu

$$\Gamma_i = \frac{d}{d_{kal}} 2\pi, \tag{9.9}$$

kde  $d$  [mm] označuje velikost natočení na mikrometru Soleil-Babinetova kompenzátoru a  $d_{kal} = 16,75 \text{ mm}$  kalibrační vzdálenost, po jejímž natočení na SBC dojde ke změně fáze o  $2\pi$ . Tuto velikost fázového rozdílu, vzniklého na SBC, můžeme určit s chybou

$$\chi_i = \sqrt{\left( \frac{2\pi}{d_{kal}} \chi_d \right)^2 + \left( \frac{2\pi d}{d_{kal}^2} \chi_{d_{kal}} \right)^2}. \tag{9.10}$$

Při měření ovšem byla zjištěna závislost amplitudy výstupního napětí na frekvenci modulačního signálu. Přesněji, čím vyšší frekvenci měl zesilovaný signál, tím více se snižovala amplituda. Tato chyba byla dána využitím nevhodného typu zesilovače pro námi používaný modulátor. Vzhledem k této skutečnosti, naměřené hodnoty, potřebné pro výpočet, nejsou relevantní a tím pádem nevhodné pro výše uvedený výpočet.

## Závěr

V této práci byla představena stabilizace elektro-optického modulátoru regulací předpětí. Tato stabilizace byla provedena na libovolné hodnoty výstupní intenzity v celém rozsahu, kromě minima a maxima přenosové funkce amplitudové modulace. Pro stabilizaci v minimu, maximu, či pro přesnější stabilizaci do lineárního bodu, byl využit modulační signál. Pro sledování jednotlivých harmonických signálů, vzniklých přivedením modulačního signálu na EOM, byl využit Lock-in zesilovač, který vysoce zvýšil citlivost měření. Vzhledem k aparatuře nevyužívající modulační signál jsme s Lock-in zesilovačem schopni měřit až o tři řády přesněji.

Ve všech případech stabilizace EOM regulací předpětí se podařilo, jak je patrné z přiložených grafů, kompletně kompenzovat nežádoucí jevy, které v průběhu měření způsobují nestabilitu modulátoru a tím i celé optické soustavy.

Dále byla provedena analýza vlivu různých faktorů, ovlivňujících průběh měření a tím i z něj získané výsledky, které mají vliv na meze citlivosti námi využívané aparatury.

S využitím navrhnuté stabilizace bylo provedeno měření na vzorku, které v našem případě představoval Soleil-Babinetův kompenzátor. Naměřené hodnoty byly ovlivněny použitím nevhodného zesilovače pro daný typ modulátoru, který ovlivňoval výstupní signál v závislosti na frekvenci signálu modulačního. Při dostatečně vysoké frekvenci by dokonce mohlo dojít k úplnému vymizení střídavé složky signálu. Nicméně výstupní signál korespondoval se změnami dvojlomu, které byly na kompenzátoru v průběhu měření provedeny, což potvrzuje možnost využití dané metody pro měření na dvojlomných vzorcích.

Stabilizovaný EOM, spolu s přesným Lock-in zesilovačem, dovolují měřit velmi malé signály. Toho by se v praxi dalo využít například pro měření nežádoucího parazitního dvojlomu na optických prvcích a v optických rezonátorech, dále v polarimetrii, pro měření koncentrací plynu v prostředí o známém magnetickém poli, či pro měření magnetického pole v prostředí o známé koncentraci plynu, díky tzv. Cotton-Moutonovu efektu.

## Seznam použité literatury

- [1] *Handbook of Optics: Volume V – Atmospheric Optics, Modulators, Fiber Optics, X-Ray and Neutron Optics, Third Edition*. 3rd ed. New York: McGraw-Hill, c2010. ISBN 9780071633130.
- [2] *Encyclopedia of Laser Physics and Technology: Electro-optic Modulators* [online]. 2008 [cit. 2013-03-08]. ISBN 978-3-527-40828-3. Dostupné z: [http://www.rp-photonics.com/electro\\_optic\\_modulators.html](http://www.rp-photonics.com/electro_optic_modulators.html)
- [3] GOLDSTEIN, Robert. FASTPULSE TECHNOLOGY. *Electro-Optic Devices in Review: The linear Electro-Optic (Pockels) Effect Forms the Basis for a family of Active Devices*. 1986. Dostupné z: <http://www.fastpulse.com/pdf/eodir.pdf>
- [4] *Encyclopedia of Laser Physics and Technology: Pockels Cells* [online]. 2008 [cit. 2013-03-08]. ISBN 978-3-527-40828-3. Dostupné z: [http://www.rp-photonics.com/electro\\_optic\\_modulators.html](http://www.rp-photonics.com/electro_optic_modulators.html)
- [5] *Encyclopedia of Laser Physics and Technology: Pockels Effect* [online]. 2008 [cit. 2013-03-08]. ISBN 978-3-527-40828-3. Dostupné z: [http://www.rp-photonics.com/electro\\_optic\\_modulators.html](http://www.rp-photonics.com/electro_optic_modulators.html)
- [6] SALEH, Baaha E. *Základy fotoniky: Svazek 2*. 1. vyd. Překlad Jiří Fiala. Praha: MATFYZPRESS, 1994, 436 s. ISBN 80-858-6302-2.
- [7] MALÝ, Petr. *Optika*. Vyd. 1. Praha: Karolinum, 2008, 361 s. ISBN 978-80-246-1342-0.
- [8] BUI, Dang Thanh; NGUYEN, Lam Duy; JOURNET, Bernard. Improving the behavior of an electro-optic modulator by controlling its temperature. In: *Advanced Technologies for Communications, 2009. ATC'09. International Conference on*. IEEE, 2009. p. 125-128.
- [9] ŠULC Miroslav, *Optical and electro-optical properties of crystals I*, [online prezentace], Technical University of Liberec. Departement of Physics [cit. 2013-04-02]. Dostupné z: <https://moodle.fp.tul.cz/nano/mod/resource/view.php?id=976>



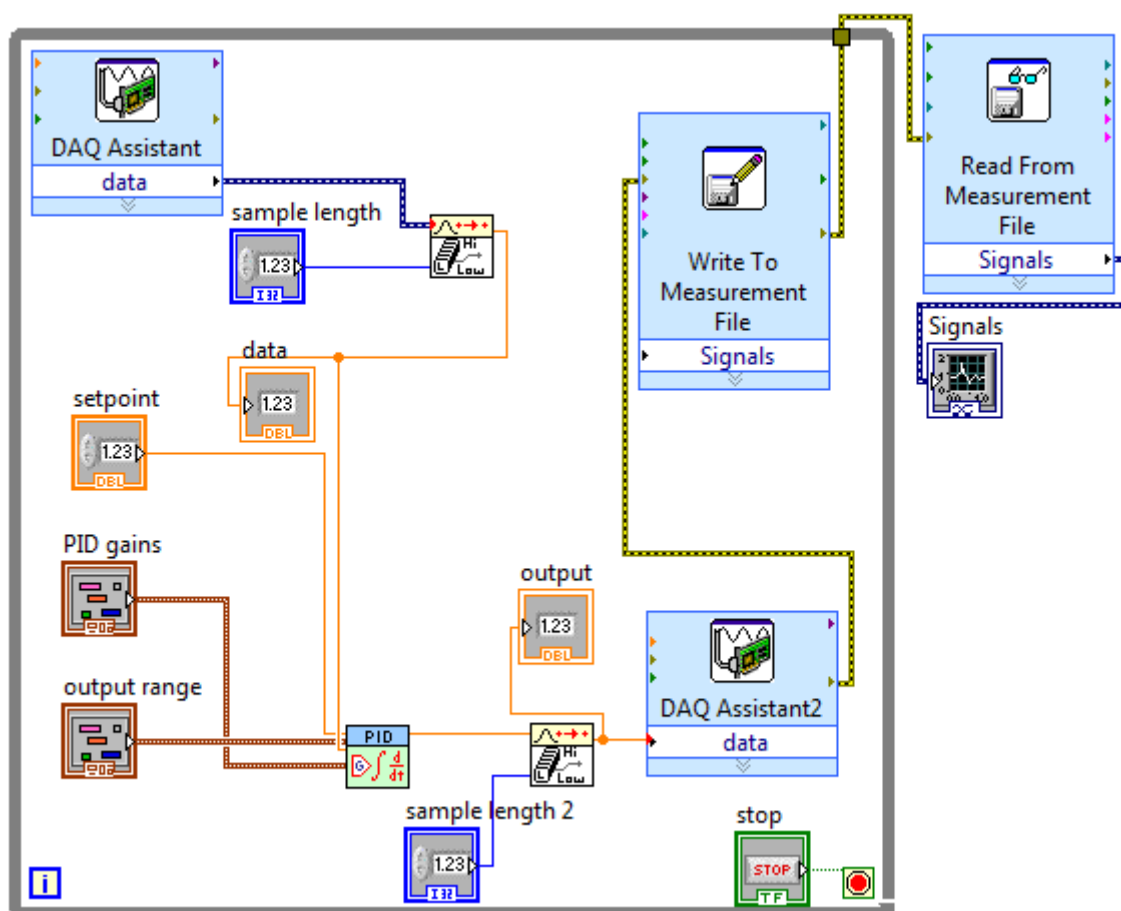
- [10] OLEHLA, Miroslav, Slavomír NĚMEČEK a Ivan ŠVARC. *Automatické řízení* [online]. 2. vyd. Liberec: Technická univerzita, 2011, 1 CD-ROM [cit. 2013-04-02]. ISBN 978-80-7372-732-1.
- [11] HECHT, E. – ZAJAC, A. Optics. 4th ed. San Francisco: Addison-Wesley Publishing Company, 2002, ISBN: 03-211-8878-0.
- [12] KUNC, Štěpán a Miroslav ŠULC. High Frequency Modulation Method for Measuring of Birefringence. Technical University of Liberec. Departement of Physics.
- [13] MACKEY, Jeffrey R., et al. *A compact dual-crystal modulated birefringence-measurement-system for microgravity applications*. Measurement Science and Technology, 1999, 10.10: 946.

## Přílohy

### Příloha 1: Aparatura v zapojení amplitudové modulace



## Příloha 2: Program PID regulace pro amplitudovou modulaci





### Příloha 3: Aparatura pro stabilizované měření na vzorku



## Příloha 4: Program pro stabilizované měření PID regulátorem

